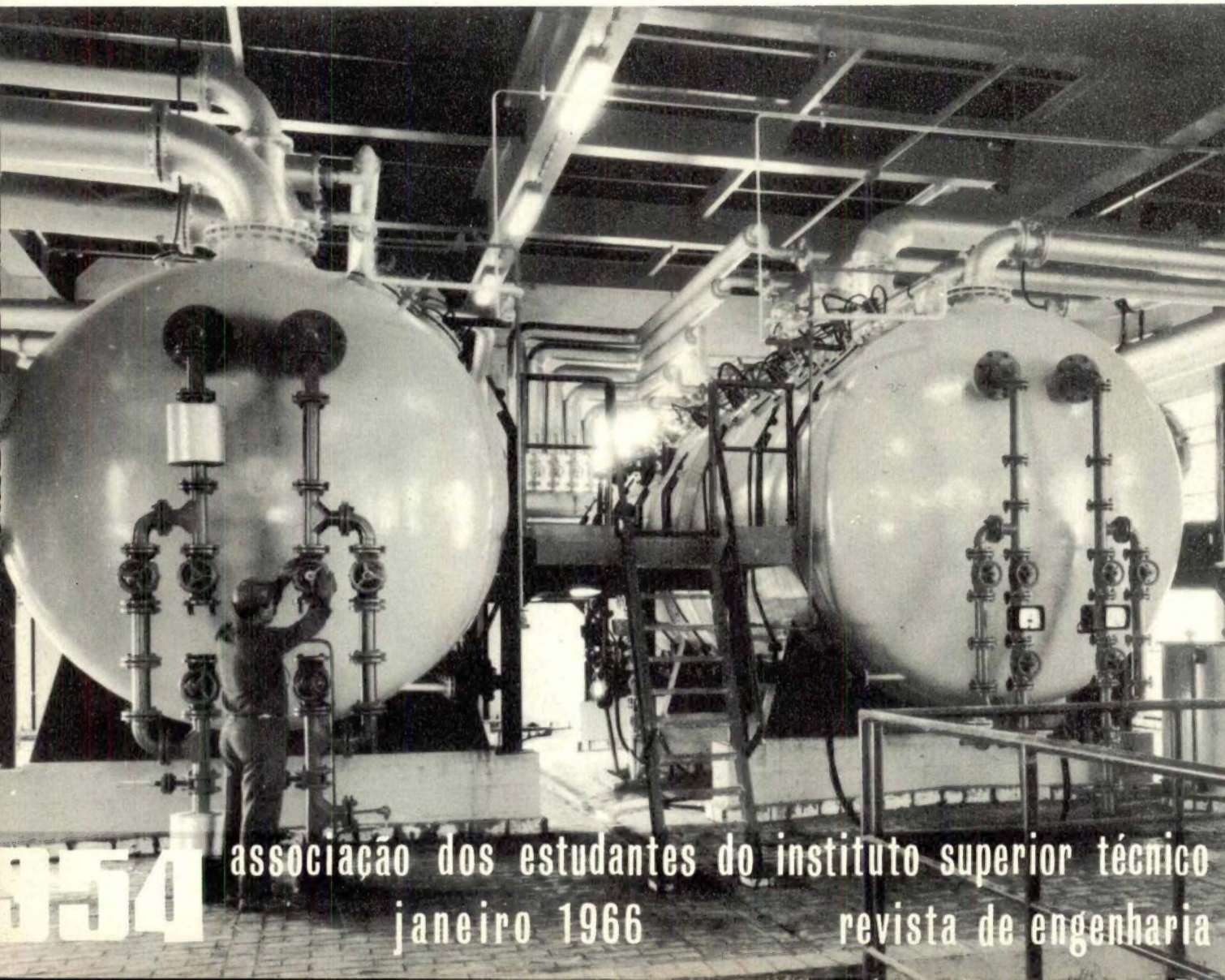
técnica



954

associação dos estudantes do instituto superior técnico

janeiro 1966

revista de engenharia

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 49 91

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO
E DA CACHOFARRA

●

A **UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA** distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

confiança para a construção com

materiais novobra

EM BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

pavimentos
coberturas
vigas de grande vão
asnas
perfis

SOCIEDADE DE PRÉ-FABRICAÇÃO E OBRAS GERAIS, NOVOBRA, LDA.
AV. EST. UNIDOS DA AMÉRICA, 100, 5.º D. - TEL. 77 48 32/76 64 46 - LISBOA-5

J. A. ROBALO SEVERINO

L I M I T A D A

RÁDIO, TELEVISÃO
FRIGORÍFICOS
EQUIPAMENTO MUSICAL
ELECTRO DOMÉSTICOS
BRINDES
NOVIDADES
MENAGE

///

INSTALAÇÕES E REPARAÇÕES
ÁGUA - ELECTRICIDADE - GÁS

AVENIDA CINCO DE OUTUBRO, 54-A
TELEFONE 73 58 60 — LISBOA-1

técnica

*NÚMERO 354 * JANEIRO DE 1966 * ANO XLI * VOLUME XXVIII * PUBLICAÇÃO MENSAL*

Director
Assis Farinha Martins

Administrador
J. M. Costa Monteiro

Secretário
V M. Martins Pinto

Redactores
Amadeu M. R. Marrecas
Amílcar S. Martins
João C. V. F. Antas
Mário P. M. Garcia

Editor e Proprietário
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

Redacção e Administração
Avenida Rovisco Pais
Telefone 77 54 49
Lisboa 1

★

Assinaturas

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	65$00	120$00
Estrangeiro	—	70$00	130$00

Número avulso — 15$00

★

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais, 103 — Lisboa

SUMÁRIO

183 *CAETANO CARREIRA* — **Determinação de centros de gravidade**
Determination of centres of gravity

201 *ARTUR RAVARA* — **Fundações de máquinas de percussão**
Foundations for impact-load machinery (Forge hammers)

219 *REBELO DA SILVA* — **Cálculo do golpe de ariete numa instalação elevatória utilizando o método gráfico de Schnyder-Bergeron**
Calculation of the water-hammer in a pumping station using Schnyder-Bergeron's graphic method

229 *ALVES RIBEIRO* — **Dimensionamento de estruturas tipo "Sanduiche,,**
Design of sandwich structures

*

228 **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional**

233 **Do Mundo Técnico**
Baterias automáticas de condensadores para compensação do factor de potência em baixas tensões. — Novo reactor rápido britânico.

243 **Biblioteca**

CAPA C. U. F. — Unidade de fabrico de sulfato de sódio anidro — Cristalizadores — Capacidade anual 20.000 Tons.

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A — Pág.

A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . . XXX
Asea Eléctrica Ld.ª XXXIII

B

B. P. XIV
Bell's e Comp. V

C

CIDEX IV
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XXXII
Companhia União Fabril XXXI
Construções Técnicas XXV

D

Dial XX
Du Pont IX

E

EFACEC XVIII
Electro-Arco, Ltd.ª IV
Empresa de Cimentos de Leiria . . XXXVI
Empresa Electro Cerâmica XXIX
Empresa de Produtos Asfálticos. . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações XVI

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XVI
Fundações Franki, Lda. I

G

George Fischer III
Guedes & Almeida, Lda. VI

H

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XXXV
Heliaço XXVII

I — Pág.

Iberex XXVI
I. S. T. XXXIV
Impermeábilis XX

J

J. Severino Robalo . . . . . 2.ª da capa
Jayme da Costa, Lda XV
Johann Keller XXVII

M

MAGUE XIII
Mobil Oil Portuguesa . . . . . 4.ª da capa
Monteiro Gomes, Lda. XXVIII

N

Novobra, Lda. . . . . 2.ª da capa

Q

Quimicor, S.A.R.L. XIX

R

Roberto Bosch (Portugal), Lda. . . . XXVII

S

Soc. Com. Romar XII
Soc. Const. Amadeu Gaudêncio . . XXIX
Sociedade Portuguesa Cavan VIII
Sondagens e Fundações A. Cavaco . IV
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXIX
Sopecate XXXIV
Standard Eléctrica VII
S. T. E. T. XXI

U

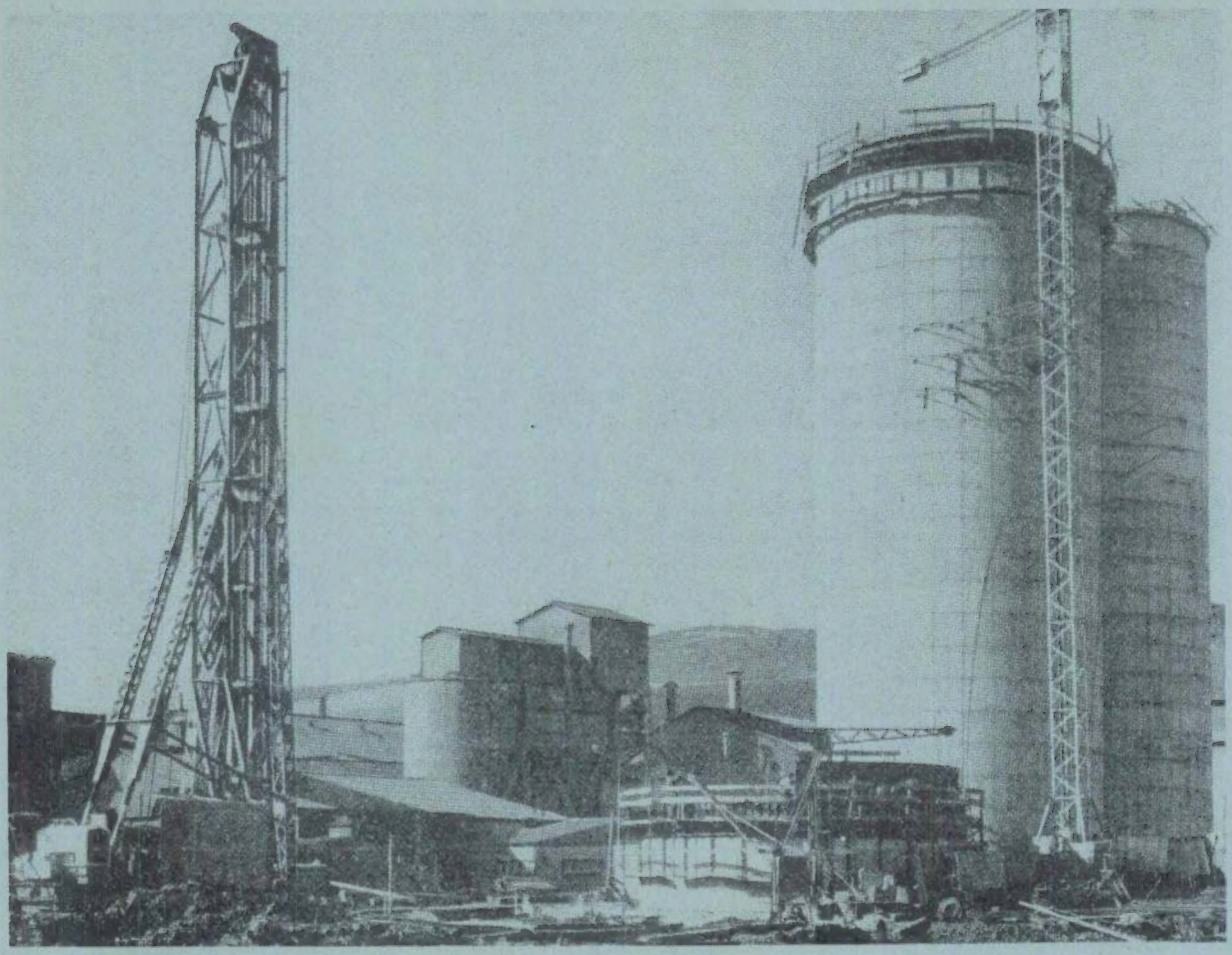
União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa

V

Vasco Pessoa, Lda. XX

W

Wild Portugal, Lda. XVII



BATERIA DE CINCO SILOS com 11,50 m de diâmetro
e 30,00 m de altura, cada (em construção)

COMPANHIA CIMENTO TEJO
Alhandra

ASSENTES SOBRE
313
ESTACAS FRANKI

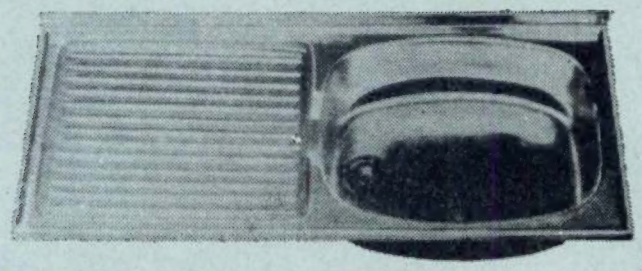
FUNDAÇÕES FRANKI, L.DA

Rua Braamcamp n.º 13-3.º — Lisboa — Telef. P.P.C. 734112 — End. Teleg. FRANKI

LAVA-LOUÇAS EM AÇO INOXIDAVEL

Modernize os lares de Portugal, usando nas suas cozinhas Lava-Louças em AÇO INOXIDAVEL. Concepção e execução da

FABRICA PORTUGAL



elegantes e higiénicos · duração ilimitada · revestidos de isolante especial · fornecidos com sifão de segurança · não partem a louça

- 8 MODELOS STANDARD · OUTROS MODELOS FORA DE SÉRIE
- MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES
- IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE
E NOS SEUS SALÕES DE EXPOSIÇÃO E VENDA

PRAÇA DOS RESTAURADORES · RUA FEBO MONIZ

GM 1292/5

Georges Fischer Sociedade Anónima, Schaffhouse (Suiça)

Telefone: (053) 5 60 31 / 5 70 31 Telegrammas: Geofischer Telescriptor: 5 29 15 geofischer schf

Bombas centrífugas «PACIFIC»

Construídas por

Batignolles - Chatillon

Especialmente destinadas para:

— Petróleos
— Indústrias químicas
— Construções navais
— Centrais eléctricas
— Alimentação de caldeiras
— Etc., etc.

Sob as condições de funcionamento seguintes:

— Débitos: 1 m³/h a 10.000 m³/h
— Pressões: altas e baixas
— Temperaturas: −180° C + 500° C
— Líquidos: corrosivos ou não

Para estudos e orçamentos, consultar o representante em Portugal:

CIDEX — Comércio Internacional
e Representações Industriais, Lda.

Av. Casal Ribeiro, 46-2.º/Telef. 73 53 07/LISBOA 1

Pesquisas e captações de água

Sondagens

Rebaixamento de níveis aquíferos

Injecções e consolidações de terrenos

Fundações

Estacas de betão

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA-1
— TELEF. 73 35 48 - 5 95 62 - 55 36 73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS ✦ POSTOS ✦ ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

*

ESCOLAS DE SOLDADURA

—

MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

—

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93

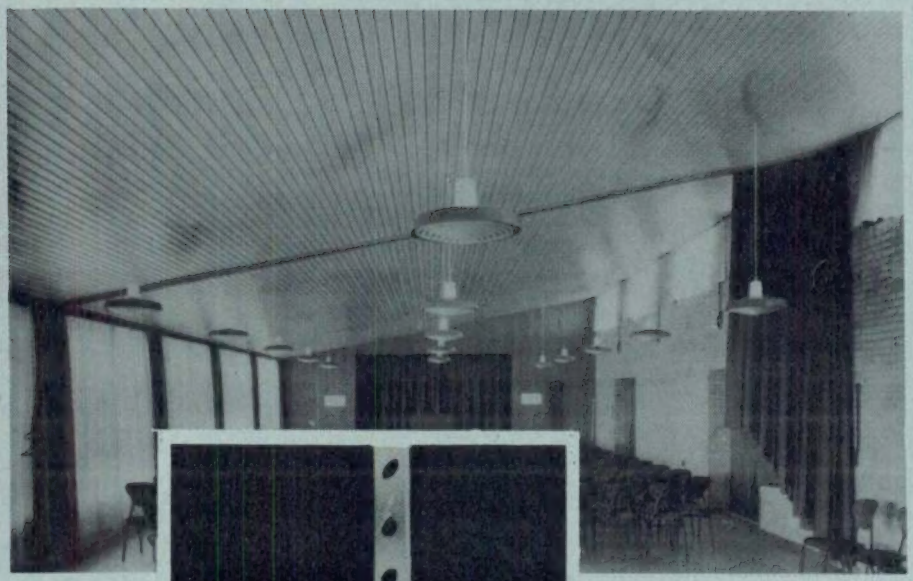
FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33

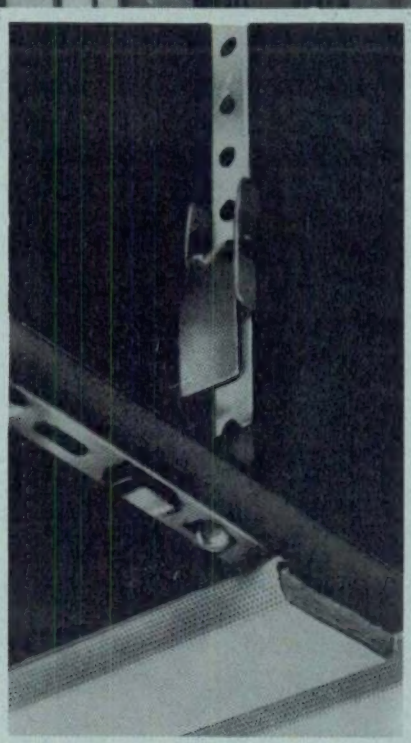
PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

OVIC

Tecto decorativo e acústico

Dampa





agora produzido em Portugal

QUAL A RAZÃO

por que o Tecto Decorativo e Acústico DAMPA é preferido pelos Arquitectos e Empresas de Construção em todas as edificações, como hotéis, escritórios, escolas, hospitais, teatros, cinemas, navios, habitações particulares, etc.

Porque DAMPA oferece:

- Alto poder decorativo — diversidade de estilos.
- Fabrico em alumínio, com isolamento especial.
- Acabamento com esmaltagem ao forno, dispensando futura pintura.
- Fácil montagem e posterior acesso.
- Montagem por suspensão ou directa.
- Adaptação de ar condicionado, aquecimento, ventilação.

E

ECONOMIA DE CUSTO E MANUTENÇÃO

BELL'S & COMPANHIA LDA

Av. Padre Manuel da Nóbrega, 13-B • Telef. 71 44 10 • Lisboa-1

MERCURY

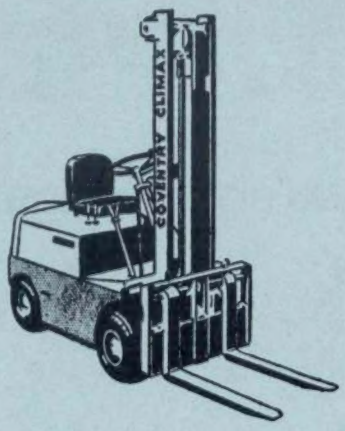
TRACTORES INDUSTRIAIS

Capacidades de reboque
até 300 Ton

COLES

GUINDASTES MÓVEIS

Capacidades até 100 Ton



Coventry Climax

EMPILHADORES

GAS ELÉCTRICOS DIESEL GASOLINA

Capacidades até 4 toneladas

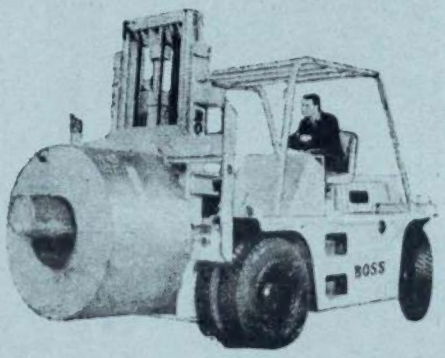
BOSS

EMPILHADORES

GÁS DIESEL GASOLINA

Capacidades até 40 Ton

GUEDES & ALMEIDA, LDA.
R. Áurea, 181-2.° — Tel. 32 78 45
LISBOA 2



JAMAIS O HOMEM SENTIRA A SOMBRA DA SOLIDÃO NO MUNDO !

AS COMUNICAÇÕES FORAM EM TODOS OS TEMPOS O ELO DE LIGAÇÃO ENTRE OS POVOS. OS MENSAGEIROS DE ONTEM TÊM HOJE OS SEUS EQUIVALENTES NOS EQUIPAMENTOS DE RÁDIO FABRICADOS PELA STANDARD ELÉCTRICA QUE LEVAM AS NOSSAS MENSAGENS A TODOS OS CANTOS DO MUNDO PORTUGUÊS.

ALTA QUALIDADE, ROBUSTEZ E EFICIÊNCIA SÃO AS PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DOS EMISSORES DE BANDA LATERAL ÚNICA SESB DE 30 W UTILIZADOS PRINCIPALMENTE NAS FORÇAS ARMADAS, POLÍCIA, DEFESA CIVIL, NAVEGAÇÃO COSTEIRA, MINAS, INDÚSTRIA E AGRICULTURA.

ESTE EQUIPAMENTO SESB-120 L (120 WATTS P.E.P.) PODE FACILMENTE SER MODIFICADO PARA COMUNICAÇÕES A LONGA DISTÂNCIA UNIDADES MÓVEIS, TELE-IMPRESSORES E TELEFONES DE 2 FIOS.

EXTRAORDINARIAMENTE VERSÁTIL: SUPRESSÃO DE BANDA NÃO TRANSMITIDA SUPERIOR A 50 dB, 120 W. DE POTÊNCIA DE PONTA 4 CANAIS NA FAIXA DOS 3-5 Mc/s. COMPACTO-480 × 520 × 380 mm, 57 kg É COMPATÍVEL COM O EQUIPAMENTO **AM** EXISTENTE, DE FÁCIL INSTALAÇÃO, OPERAÇÃO E MANUTENÇÃO.

Standard Eléctrica

UMA ASSOCIADA DA **ITT**

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

✸

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

✸

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA

Como o ALATHON® E/VA ajuda os moldadores de plásticos a entrar em novos mercados lucrativos

Peças em borracha podem agora ser produzidas em equipamento convencional de processar plásticos com resinas copolímeras ALATHON E/VA de etileno e acetato de vinilo. As resinas ALATHON E/VA possuem a resiliência e a resistência à flexão repetida da borracha e de outros materiais plásticos flexíveis *sem quaisquer problemas de migração, pois não contém nenhum plastificante.*

As resinas ALATHON E/VA são também fáceis de moldar por sopro, de injectar, de exturdir ou de moldar por vácuo. A rapidez dos ciclos nestas operações oferece ainda duas vantagens importantes: *economia de tempo e custo.*

Outras características: tenacidade a baixas temperaturas, fácil aceitação de cargas e fácil mistura com outros materiais termoplásticos.

O ALATHON E/VA tem um lugar importante na vossa gama de materiais de moldação.

® *Marca registada da Du Pont*

DU PONT

REG U S PAT OFF

Coisas melhores para viver melhor

.... *graças à Química*

Consulte os Serviços Técnicos do

DISTRIBUIDOR EM PORTUGAL

ANJOS PEREIRA & C.ª, L.DA

Rua D. João V, n.º 2, 3.º

Teleg. STAC **LISBOA** **Tel. 68 41 41**

Celulite

ISOLAMENTO
TÉRMICO DAS
CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS
FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS
INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° ✦ TEL. 73 01 56 — LISBOA

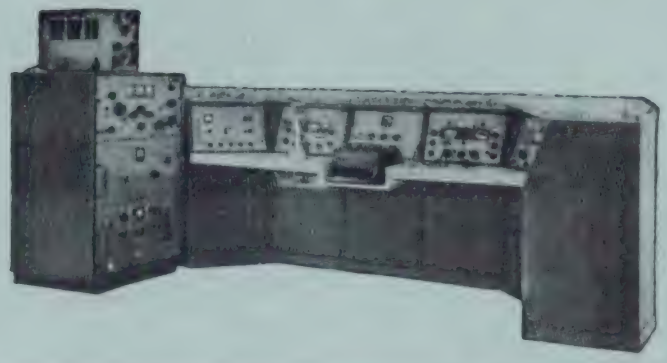
Para impermeabilizar terraços,
paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE
TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º - LISBOA

FÁBRICA EM SÁCAVÉM

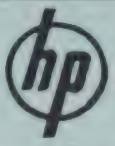


Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

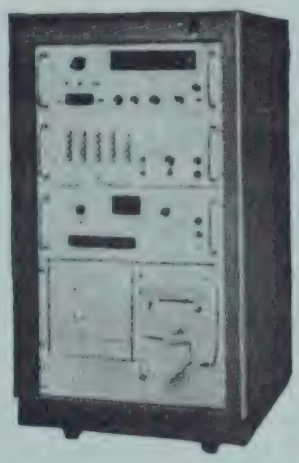
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT  **PACKARD**

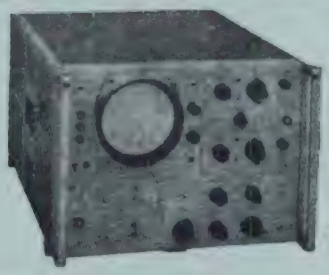
aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador digital Dymec



Registador Sanborn



Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

DEMAG EQUIPA TODA A INDUSTRIA

Mais uma solução para os vossos problemas de elevação!

O novo «Demag Junior» deu as melhores provas nos ensaios práticos a que foi sujeito.
Equipado com corrente de elos de alta resistência, com um coeficiente de segurança dez vezes superior à sua capacidade nominal, dispõe de um acoplamento de fricção anti-desgaste que o protege contra sobrecargas e erros de mânobra.

Para capacidades de 125, 250 e 500 kg, podendo dispor de duas velocidades de elevação - normal e de precisão.
A sua utilização em conjunto com o
Sistema Demag Junior: pequenas gruas de parede e de coluna, pequenas pontes rolantes suspensas e monorails suspensos, de fácil montagem, constitui a resolução económica, racional e prática dos problemas da sua indústria.
Consulte-nos no seu próprio interesse e a nossa resposta será: Servir!

ROMAR
UMA ORGANIZAÇÃO AO SERVIÇO DA INDUSTRIA

SOCIEDADE COMERCIAL ROMAR, LDA.

LISBOA – TRAVESSA DA GALE, Nº 9. TEL. 635670 / 634061 • PORTO – R. DE SÁ DA BANDEIRA, Nº 589/603. TEL. 25871/32205

técnica

NUMERO 354 * JANEIRO DE 1966 * ANO XLI * VOL. XXVIII * DIRECTOR: ASSIS FARINHA MARTINS

C. D. U. 531.24:629.12

DETERMINAÇÃO DE CENTROS DE GRAVIDADE

por CAETANO CARREIRA
Engenheiro Mecânico

RESUMO

Recorde-se em primeiro lugar o conhecido modelo matemático da posição de centro de gravidade. Estuda-se a sua aplicação à construção naval, especialmente no que respeita a precisão do modelo. Formulam-se a precisão e a forma dos dados a fornecer a um computador digital, programado para usar o modelo matemático escolhido. Formulam-se também ainda a precisão e a forma dos resultados, bem como as rotinas a seguir.

SYNOPSIS

The well known model of the center of gravity is referred. Its application to the ship design, particulary in wich concerns the precision of the model, is studied. The required precision and form of the data to be supplied to a digital computer, using the selected mathematician model, is established. The precision and the form of the corresponding results, as well as the normal procedures to be followed, in order to use the method in current production, are also established.

O artigo do Sr. Eng.º Caetano Carreira pertence à classe, não muito numerosa infelizmente, de trabalhos realizados na indústria e que oferecem generosamente ao leitor atento soluções elaboradas e completas.

Se todos os Engenheiros competentes que trabalham na indústria procedessem de igual forma, o intercâmbio de ideias e soluções decorrentes de tal prática teria um real efeito no desenvolvimento da indústria portuguesa.

Este artigo tem o mérito adicional de mostrar como o ordenador (calculador electrónico) pode ser útil na indústria.

Um programa devidamente elaborado autoriza a mecanização duma operação de cálculo fastidioso e custoso.

Quanto ao autor é sobejamente conhecido para dispensar apresentação.

A. GOUVÊA PORTELA

1. OBJECTIVO

A posição do centro de gravidade é elemento fundamental para vários estudos, nomeadamente os de estabilidade estática e dinâmica dos graves.

Um certo modelo matemático permite determiná-la quando o grave tem forma complicada, não descritível por meio de expressões analíticas gerais de fácil manejo e/ou é um conjunto de muitos elementos.

Apresentaremos nas páginas que seguem um processo de resolução do problema no caso particular dos navios, baseado no uso de um computador digital. Não será porém descrita a respectiva programação, realizada pela Ex.ma Sr.a Dr.a Maria Fernanda Nunes, da National Cash

Register (Portugal), e pelo Exmo Sr. Dr. Salvador Panadès Gil, da Companhia União Fabril, cuja colaboração eficiente e amiga muito nos apraz salientar.

Não obstante a simplicidade formal do modelo matemático considerado fazemos notar ser este o primeiro problema de projecto de navios resolvido por técnicos portugueses, com auxílio do cálculo automático e plena aplicação industrial. Com ele se principiou a concretizar a utilização directa de computadores pelo Gabinete de Projectos da LISNAVE, empresa a quem apresentamos os nossos melhores agradecimentos, não só por ter tornado possível a execução deste trabalho, como ainda por ter gentilmente autorizado a sua publicação.

2. MODELO MATEMÁTICO

2.1. Bases Teóricas

Consideremos um sistema de pontos materiais A, de massas m e coordenadas (x, y, z) [1], [3], [4]. Diz-se *centro de gravidade* do sistema A um ponto G tal, que sendo O um ponto fixo, qualquer, e M a soma das massas m, é

$$\Sigma\, m\, \overrightarrow{(A-O)} = M\, \overrightarrow{(G-O)} \tag{2.1}$$

Suponhamos que O é a origem das coordedas. Teremos

$$\overrightarrow{(A-O)} = x\,\vec{I} + y\,\vec{J} + z\,\vec{K} \tag{2.2}$$

e portanto

$$\overrightarrow{(G-O)} = \frac{\Sigma\, m\, x}{M}\,\vec{I} + \frac{\Sigma\, m\, y}{M}\,\vec{J} + \frac{\Sigma\, m\, z}{M}\,\vec{K} \tag{2.3}$$

Se chamarmos (X, Y, Z) às coordenadas de G, é evidente que

$$X = \frac{\Sigma\, m\, x}{M} \tag{2.4}$$

$$Y = \frac{\Sigma\, m\, y}{M} \tag{2.5}$$

$$Z = \frac{\Sigma\, m\, z}{M} \tag{2.6}$$

No caso do sistema de pontos materiais ser um conjunto contínuo, demonstra-se que

$$X = \frac{\int_v \rho\, x\, dv}{\int_v \rho\, dv} \tag{2.7}$$

$$Y = \frac{\int_v \rho\, y\, dv}{\int_v \rho\, dv} \tag{2.8}$$

$$Z = \frac{\int_v \rho\, z\, dv}{\int_v \rho\, dv} \tag{2.9}$$

onde dv é o elemento de volume do conjunto considerado e ρ, a massa específica em dv, se define pela expressão

$$\rho = \frac{dm}{dv} \tag{2.10}$$

Se, além de contínua, o sistema de pontos materiais for homogéneo, será

$$\rho = \text{const} \tag{2.11}$$

e portanto

$$\begin{cases} X = \dfrac{\int_v x\, dv}{\int_v dv} & (2.12) \\[2ex] Y = \dfrac{\int_v y\, dv}{\int_v dv} & (2.13) \\[2ex] Z = \dfrac{\int_v z\, dv}{\int_v dv} & (2.14) \end{cases}$$

O módulo do peso é uma transformada linear e homogénea de massa já que

$$p = mg \tag{2.15}$$

se for g o módulo de aceleração da gravidade. No caso dos graves o sistema (2.4), (2.5) e (2.6) pode pois substituir-se por este outro, equivalente

$$\begin{cases} X = \dfrac{\Sigma\, p\, x}{\Sigma\, p} & (2.16) \\[2ex] Y = \dfrac{\Sigma\, p\, y}{\Sigma\, p} & (2.17) \\[2ex] Z = \dfrac{\Sigma\, p\, z}{\Sigma\, p} & (2.18) \end{cases}$$

onde Σp é o método do peso total do sistema de pontos A.

2.2. Aplicação ao caso de um navio

2.2.1. A determinação do centro de gravidade de um navio implica se comecem por agrupar os pontos materiais nele contidos em *componentes* definidos e designados, conforme os casos, pelos termos genéricos peças, blocos, equipamento, etc.

O agrupamento deverá ser feito de modo que a determinação do centro de gravidade de cada componente seja razoàvelmente fácil.

Depois há que agrupar os componentes em sub-conjuntos, segundo critério que não importa referir aqui.

A experiência mostra que tanto estes sub-conjuntos, como os respectivos componentes, são em número finito, se bem que eventualmente muito grande.

A necessidade de determinar o centro de gravidade dum navio ocorre em três circunstâncias distintas:

.1. Durante a elaboração do anteprojecto;
.2. Durante a elaboração do projecto e dos desenhos de fabrico;
.3. Durante a instalação dos vários componentes a bordo.

Na primeira, como se não conhecem explìcitamente os componentes, só se podem usar dados globais estatìsticamente previstos. É livre a escolha dos sub-conjuntos a partir dos quais se faz então a determinação de G, parecendo aconselhàvel, no entanto, para efeitos de rápida comparação, que seja idêntica à usada na solução do problema durante o projecto. Isto é, convém que num e noutro caso o índice i mantenha os seus significados formal e essencial.

Durante o projecto e seu desenvolvimento em desenhos de fabrico, já o conhecimento do navio é muito mais pormenorizado: o peso dos componentes vai sendo definido a pouco e pouco; e a localização dos respectivos centros de gravidade é também sucessivamente estabelecida nos desenhos isométricos e/ou de arranjo. Estes, base lógica das listas de componentes, devem ser executados de forma que todo o material a partir deles listado caiba no mesmo número de código, i. Pode assim fazer-se corresponder a cada desenho um conjunto de dados a i constante, tal que j, número de ordem do componente dentro do sub-conjunto i, esteja em correspondência biunívoca e perfeita (ou seja mesmo idêntico) à marca ou número de peça do componente no desenho.

A terceira determinação serve para verificar a concordância da realidade com os números obtidos no projecto e, além disso, para conhecer a posição de G imediatamente antes do lançamento do navio. Em rigor todos os dados a usar deveriam ser experimentais. Na prática apenas os pesos se determinam assim, admitindo-se não serem significativos os desvios das posições dos centros de gravidade dos componentes, em relação às posições definidas nos desenhos isométricos, na sua forma final. A experiência parece comprovar esta hipótese.

2.2.2. Tomemos

.1. A linha base para eixo das abscissas, Ox;
.2. A normal ao plano da linha base e da perpendicular à Ré, no ponto de intercepção destas, para eixo das ordenadas, Oy; (ou então a normal ao plano da linha base e da perpendicular a meio navio, no ponto de intercepção destas, para eixo das ordenadas, Oy);
.3. A perpendicular à Ré para eixo das cotas, Oz; (ou então a perpendicular a meio navio para eixo das cotas, Oz).

A distribuição de pesos num navio é em regra tal que o centro de gravidade G se mantém pràticamente no plano xOz.

Isto é, a coordenada Y é quase nula, a menos desvios de valor absoluto relativamente insignificante. Por consequência o seu cálculo apenas se impõe nas raras vezes em que há suspeita ou se sabe da existência dum peso assimétrico importante.

2.2.3. A posição do centro de gravidade de um navio varia consoante a quantidade de carga, que lhe é própria, efectivamente metida a bordo. Se não está nenhuma, o navio diz-se *leve*, se está toda, diz-se *completamente carregado*.

Há necessidade de determinar G no navio leve e, além disso, em várias condições de carga, incluindo a de completamente carregado. Importa também determinar G em várias condições de alagamento.

Sejam

(2.19) P^k_{ij} = peso do componente j de sub-conjunto i, do navio na condição k de carga e/ou alagamento

(2 20) $(X^k_{ij}, Y^k_{ij}, Z^k_{ij}) \equiv$ coordenadas do centro de gravidade do componente j do sub-conjunto i do navio na condição k de carga e/ou alagamento.

Para comodidade de identificação o par i j correspondente a um dado componente, que figura em várias hipóteses de carga e/ou alagamento, deve manter-se inalterado, qualquer que seja o k em que intervenha.

As expressões matemáticas a usar são afinal as seguintes:

$$P^k_i = \sum_j P^k_{ij} \tag{2.21}$$

$$\begin{cases} X^k_i = \dfrac{\sum_j P^k_{ij} X^k_{ij}}{P^k_i} & (2.22) \\[2ex] Y^k_i = \dfrac{\sum_j P^k_{ij} Y^k_{ij}}{P^k_i} & (2.23) \\[2ex] Z^k_i = \dfrac{\sum_j P^k_{ij} Z^k_{ij}}{P^k_i} & (2.24) \end{cases}$$

$$P^k = \sum_i P^k_i = \sum_{ij} P^k_{ij} \tag{2.25}$$

$$\begin{cases} X^k = \dfrac{\sum_i P^k_i X^k_i}{P^k} = \dfrac{\sum_{ij} P^k_{ij} X^k_{ij}}{P^k} & (2.26) \\[2ex] Y^k = \dfrac{\sum_i P^k_i Y^k_i}{P^k} = \dfrac{\sum_{ij} P^k_{ij} Y^k_{ij}}{P^k} & (2.27) \\[2ex] Z^k = \dfrac{\sum_i P^k_i Z^k_i}{P^k} = \dfrac{\sum_{ij} P^k_{ij} Z^k_{ij}}{P^k} & (2.28) \end{cases}$$

3. PRECISÃO DO MODELO

3.1. Generalidades

O desenho técnico aplicado à construção metalomecânica pede que as distâncias significativas (cotas do desenho) sejam estabelecidas nominalmente em milímetros, regra que é fàcilmente respeitável em construção naval, salvo no que se refere a algumas espessuras, nomeadamente de aços, ligas de alumínio e ligas de cobre, laminados ou extruidos.

Tais distâncias significativas definem, nos eixos de referência adoptados, a configuração do conjunto de pontos materiais a considerar. Este conjunto de pontos materiais pode decompor-se em regiões homogéneas, cada uma com certo peso. Dada a homogeneidade pressuposta, a posição do seu ponto de aplicação só depende da configuração geométrica da região, no referencial escolhido. Os desvios em relação a esta configuração e àqueles pesos, sejam dos dados, (X^k_{ij}, etc.), sejam dos resultados (X^k, etc.), a partir deles construidos com auxílio do modelo matemático adoptado, serão ditos *erros*. Estudaremos aqui os erros de aproximação e/ou outros aleatórios, a que nos arriscamos no estabelecimento dos dados, bem como a sua propagação aos resultados.

A maior parte das distâncias significativas medem-se em direcções paralelas aos eixos de referência. Quando assim não é, as medidas das respectivas projecções sobre cada um destes não são necessàriamente inteiros. Substituindo-as pelos números inteiros de milímetros mais próximos, os erros de aproximação cometidos contêm-se no intervalo (− 0,5 mm, + 0,5 mm). Um erro assim não é geralmente significativo, como veremos, em relação a coordenadas isoladas, mas pode ter importância apreciável no cálculo de pesos. Num painel de chapa de aço de 10,5 mm de espessura, tomar 10 ou 11 mm pode corresponder a um erro absoluto entre 1,5 e 2,0 t e relativo de cerca de 5 %. Contudo, na quase totalidade destes casos especiais e se necessário, os erros de aproximação das coordenadas podem reduzir-se em módulo a menos de 5×10^{-9} mm, sem dificuldade de maior, com auxílio da Trigonometria e de tabelas logarítmicas correntes de 5 decimais.

3.2. Precisão de X^k, Y^k e Z^k

Estudaremos em primeiro lugar a precisão de X^k.

Consideremos um par de valores particulares de f e h, respectivamente f_o e h_o. Representaremos por $P^k_{f_o h_o}$ o valor numérico actual que entra no cálculo de X^k. Este valor actual é seleccionado, por determinado processo operatório, dentro dum conjunto de valores possíveis, ($X^{kf}_{o h_o}$), na vizinhança do valor teórico em relação ao qual se contam os erros.

Em geral designaremos por letras maiúsculas, P^k_{fh}, X^k_{fh}, etc., os valores actuais, e por letras

minúsculas, p^k_{fh}, x^k_{fh}, etc., os valores «a priori» possíveis, correspondentes.

É evidente que

$$P^k_{fh} \in (p^k_{fh}) \tag{3.1}$$

$$X^k_{fh} \in (x^k_{fh}) \tag{3.2}$$

etc.

Atendendo a (2.26) e à Teoria das Diferenças, podemos afirmar que os erros se propagam dos dados a X^k de acordo com a seguinte expressão:

(3.3)

$$\Delta X^k = \sum_{fh} \left(\frac{\partial X^k}{\partial p^k_{fh}} \Delta p^k_{fh} + \frac{\partial X^k}{\partial x^k_{fh}} \Delta x^k_{fh} \right) =$$

$$= \sum_{fh} \left[\frac{X^k_{fh} \sum_{ij} P^k_{ij} - \sum_{ij} P^k_{ij} X^k_{ij}}{(\Sigma P^k_{ij})^2} \Delta p^k_{fh} + \right.$$

(3.4)

$$\left. + \frac{P^k_{fh}}{(\Sigma P^k_{ij})} \Delta x^k_{fh} \right] =$$

(3.5)

$$= \sum_{fh} \left(\frac{X^k_{fh} - X^k}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \Delta p^k_{fh} + \frac{P_{fh}}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \Delta x^k_{fh} \right)$$

mada homográfica de distribuição do erro que nela figura explìcitamente

$$\alpha^k_{fh} = \frac{X^k_{fh} - X^k}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \Delta p^k_{fh} \tag{3.6}$$

$$\beta^k_{fh} = \frac{P^k_{fh}}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \Delta x^k_{fh} \tag{3.7}$$

Por consequência ΔX^k é ainda uma variável aleatória, com uma função de distribuição normal (Teorema de Moivre-Laplace [5]). Para determinar a expressão analítica dessa distribuição basta calcular os respectivos valor médio e desvio padrão.

O valor médio é nulo. Com efeito

$$\overline{\Delta X_k} = \Sigma (\overline{\alpha^k_{fh}} + \overline{\beta^k_{fh}}) = \tag{3.8}$$

(3.9)

$$= \Sigma \left(\frac{X^k_{fh} - X^k}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \overline{\Delta p^k_{fh}} + \right.$$

$$\left. + \frac{P^k_{fh}}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \overline{\Delta x^k_{fh}} \right) =$$

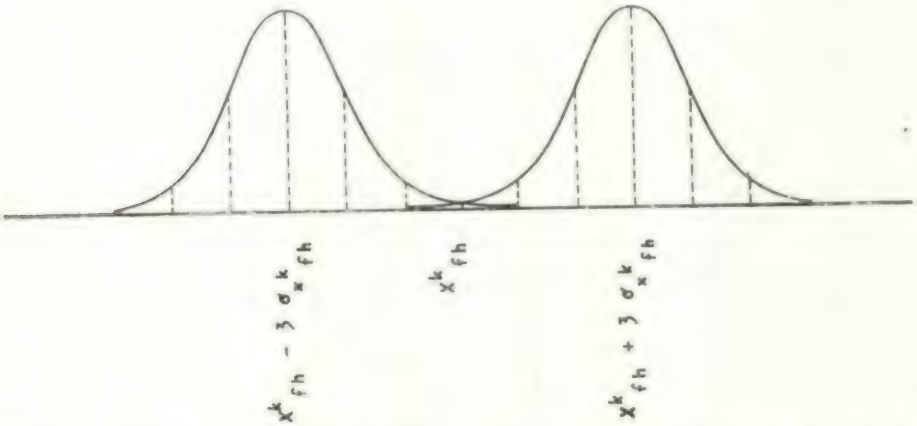


Fig. 3.1 — As posições extremas da função de distribuição associada a (X^k_{fh}), têm 99 % de probabilidade de serem as indicadas.

Admitamos que os erros Δp^k_{fh} e Δx^k_{fh} constituem um conjunto de variáveis aleatórias estocàsticamente independentes [3], de valor médio nulo, a cada uma das quais se pode associar uma função de distribuição probabilística normal.

Nestas condições, as parcelas do somatório (3.5) são também um conjunto de variáveis aleatórias estocàsticamente independentes, cada uma das quais satisfaz a uma distribuição, transfor-

$$= 0 \tag{3.10}$$

já que os valores médios dos erros, $\overline{\Delta p^k_{fh}}$ e $\overline{\Delta x^k_{fh}}$, são também nulos.

O desvio quadrático médio calcula-se aplicando a bem conhecida igualdade de Bienaymé:

$$\sigma^2_{\Delta X^k} = \sigma^2_{X^k} = \sum_{fh} (\sigma^2_{\alpha^k_{fh}} + \sigma^2_{\beta^k_{fh}}) = \tag{3.11}$$

(3.12)

$$= \sum_{fh} \left[\left(\frac{X^k_{fh} - X^k}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \right)^2 \sigma^2_{\Delta p^k_{fh}} + \left(\frac{P^k_{fh}}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \right)^2 \alpha^2_{\Delta x^k_{fh}} \right]$$

O parâmetro $\overline{x^k}_{fh}$ e $\sigma_{x^k_{fh}}$ definem a função de distribuição normal associada a (x^k_{fh}). Há pois 99 % de probabilidades de que o valor actual usado, X^k_{fh}, tomado entre os x^k_{fh}, caia no intervalo

(3.13) $$(\overline{x^k}_{fh} - 3\,\sigma_{x^k_{fh}}, \overline{x^k}_{fh} + 3\,\sigma_{x^k_{fh}})$$

ou, o que é o mesmo, com aquela probabilidade, os desvios extremos de X^k_{fh}, em relação a $\overline{x^k}_{fh}$, são em módulo iguais a $3\,\sigma_{x^k_{fh}}$

Portanto,

(3.14) $$-3\,\sigma_{x^k_{fh}} \leqq X^k_{fh} - \overline{x^k}_{fh} \leqq +3\,\sigma_{x^k_{fh}}$$

(3.15) $$X^k_{fh} - 3\,\sigma_{x^k_{fh}} \leqq \overline{x^k}_{fh} \leqq X^k_{fh} + 3\,\sigma_{x^k_{fh}}$$

Conclusão: Se o processo que nos levou a entrar nos cálculos de X^k com o valor actual X^k_{fh}, for tal que haja pràticamente a certeza de que a diferença entre o valor mais provável $\overline{x^k_{fh}}$ e X^k_{fh} não excede em módulo um valor $A > 0$, conhecido; e se identificarmos essa certeza prática com 99 % de probabilidades de assim acontecer, é evidente que

(3.16) $$\sigma_{\Delta x^k_{fh}} = \sigma_{x^k_{fh}} = \frac{A}{3}$$

Admitindo que os X^k_{fh} são quase todos determinados por um processo único, de precisão definida por

(3.17) $$(\sigma_{x^k_{fh}})_o = \text{const}$$

e os restantes por processos de precisão igual ou superior; e que assim acontece também com os P^k_{fh}, podemos escrever

(3.18) $$\sigma_{\Delta p^k_{fh}} \leqq (\sigma_{p^k_{fh}})_o = \text{const}$$

(3.19) $$\sigma_{\Delta x^k_{fh}} \leqq (\sigma_{x^k_{fh}})_o = \text{const}$$

e portanto

(3.20) $$\sigma^2_{X^k} \leqq (\sigma^2_{p^k_{fh}})_o \frac{\sum_{fh} (X^k_{fh} - X^k)^2}{(\sum_{ij} P^k_{ij})^2} + (\sigma^2_{x^k_{fh}})_o \sum_{fh} \left(\frac{P^k_{fh}}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \right)^2$$

A cada f corresponde um certo número de hh, que designaremos por H^k_f ou, como os índices são mudos, por H^k_l. A soma de todos os H^k_l

(3.21) $$H^k = \sum_l H^k_l$$

representa o número total de abscissas X^k_{fh} (e de pesos P^k_{fh}) a partir das quais se calcula X^k.

Dividindo por H^k ambos os termos da primeira fracção de (3.20), vem

(3.22) $$\frac{\sum_{fh} (X^k_{fh} - X^k)^2}{(\sum_{ij} P^k_{ij})^2} =$$

$$= \frac{H^k}{(P^k)^2} \left[\frac{1}{H^k} \sum_{fh} (X^k_{fh})^2 - \frac{2}{H^k} X^k \sum_{fh} X^k_{fh} + (X^k)^2 \right] =$$

(3.23) $$= \frac{H^k}{(P^k)^2} \left[\frac{1}{H^k} \sum_{fh} (X^k_{fh})^2 - 2\,X^k_{fh}\,X^k + (X^k)^2 \right]$$

Se fizermos

(3.24) $$X^k = X^k_{fh} + \theta$$

teremos

(3.25) $$\frac{\sum_{fh} (X^k_{fh}) - X^k)^2}{(\sum_{fh} P^k_{ij})^2} =$$

$$= \frac{H^k}{(P^k)^2} \left[\frac{1}{H^k} \sum_{fh} (X^k_{fh})^2 - 2\,X^k_{fh}\,(X^k_{fh} + \theta)^2 \right] =$$

(3.26) $$= \frac{H^k}{(P^k)^2} \left[\frac{1}{H^k} \sum_{fh} (X^k_{fh})^2 - (X^k_{fh})^2 + \theta^2 \right] =$$

(3.27) $$= \frac{H^k}{(P^k)^2} (\text{var}\ X^k_{fh} + \theta^2)$$

onde

(3.28) var ≡ variância

Por outro lado

(3.29) $$\left(\frac{\overline{P^k_{fh}}}{\sum_{ij} P^k_{ij}} \right) = \frac{1}{H^k} \sum_{fh} \frac{P^k_{fh}}{P^k} =$$

(3.30) $$= \frac{1}{H^k}$$

Logo

(3.31)

$$\text{var}\,\frac{P^k_{fh}}{P^k} = \frac{1}{H_k}\sum_{fh}\left(\frac{P^k_{fh}}{P_k}\right)^2 - \left(\frac{\overline{P^k_{fh}}}{P_k}\right)^2 =$$

(3.32)

$$= \frac{1}{H^k}\sum_{fh}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right)^2 - \left(\frac{1}{H^k}\right)^2$$

E portanto

(3.33)

$$\sum_{fh}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right)^2 = H^k\left[\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2\right]$$

Homogeneizando as abscissas com auxílio do comprimento entre perpendiculares L e os pesos com auxílio do deslocamento total P^k, correspondente à condição k, vem

(3.34)

$$\sigma^2_{\frac{X^k}{L}} \leq H^k\left[\text{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{0}{L}\right)^2\right]\left(\sigma^2_{\frac{p^k_{fh}}{P^k}}\right)_o + \left[\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2\right]\left(\sigma^2_{\frac{x^k_{fh}}{L}}\right)_o$$

Exprimimos assim a variância de X^k em função da precisão dos processos de determinação de P^k_{fh} e X^k_{fh} fundamentalmente seguidos, bem como das variâncias dos valores actuais das abscissas e pesos homogéneos intervenientes. Para calcular valores numéricos há agora que estudar aqueles processos e estabelecer estatìsticamente valores assás aproximados daquelas variâncias.

Por raciocínios equivalentes estabelecer-se-iam para $\sigma^2 y^k$ e $\sigma^2 z^k$ expressões analíticas formalmente idênticas, onde as abscissas x^k_{fh} e X^k_{fh} seriam substituidas respectivamente pelas ordenadas, y^k_{fh} e Y^k_{fh}, e pelas cotas, z^k_{fh} e Z^k_{fh}, e o comprimento entre perpediculares, L, pela boca, B, e e pelo pontal, P, (ambos de construção e não de sinal).

3.3. Precisão de X^k_{fh}, Y^k_{fh} e Z^k_{fh}

3.3.1. A determinação dos X^k_{fh} faz-se normalmente com auxílio duma transformação linear de coordenadas:

(3.35)

$$X^k_{fh'} = U^k_{fh} + X_b$$

onde U^k_{fh} é a abscissa do plano de balizas transversais mais próximo e X_b é a abscissa desse plano em relação à origem. Como o maior dos vãos de baliza que nos interessam anda por 800 mm.

(3.36)

$$|\,U^k_{fh}\,| \leq 4 \times 10^2 \text{ mm}$$

Para saber U^k_{fh} existem três processos:

.1. Cálculo
.2. Medição directa sobre desenhos isométricos e/ou de arranjo, traçados numa escala estandardizada
.3. Estatístico.

3.3.2. O primeiro comporta duas variantes

.1. Adição e/ou subtracção doutras coordenadas coaxiais
.2. Aplicação da equação (2.4) ou das formas equivalentes (2.7) e (2.12), válidas para conjuntos de pontos materiais contínuos e contínuos e homogéneos.

Se o valor nominal de cada parcela for um número inteiro de milímetros, é evidente que a primeira variante fornece um U^k_{fh} idêntico ao nominal, livre portanto de erros de aproximação.

Se tal hipótese não se verificar sempre se pode construir a soma algébrica com um erro de aproximação inferior em módulo a 5×10^{-4} m ou mesmo a 5×10^{-5} m, sem qualquer dificuldade.

Suponhamos agora que utilizávamos a segunda variante na determinação dum particular valor $U^k_{f_o h_o}$

(3.37)

$$U^k_{f_o h_o} = \frac{\sum_1 U^k_{f_o h_{o1}} P^k_{f_o h_{o1}}}{\sum_1 P^k_{f_o h_{o1}}}$$

ou, transformando os UU em XX

(3.38)

$$X^k_{f_o h_o} = \frac{\sum_1 X^k_{f_o h_{o1}} P^k_{f_o h_{o1}}}{P^k_{f_o h_o}}$$

Logo

(3.39)

$$X^k_{f_o h_o} P^k_{f_o h_o} = \sum_1 X^k_{f_o h_{o1}} P^k_{f_o h_{o1}}$$

Em relação à igualdade (2.26), usar a segunda variante equivale pois a substituir as parcelas

$(X^k_{f_o h_o} P^k_{f_o h_o})$ e $P^k_{f_o h_o}$, respectivamente do numerador e do denominador, por somatórios doutras parcelas correspondentes a cada uma das partes em que se tenha subdividido o componente $f_o h_o$

O raciocínio pode aplicar-se tantas vezes quantas as necessárias para que os XX, que figuram explìcitamente no nosso modelo sejam determinados por outros processos que não a segunda variante. Deste modo se evita uma petição de princípio pois, na realidade, o estudo da precisão dum $U^k_{f_o h_o}$, calculado com o auxílio da segunda variante não é afinal distinto do estudo que estamos fazendo em relação a (2.26).

3.3.3. A medição directa pressupõe uma forma simples do componente fh, capaz de permitir a pronta determinação do centro de gravidade por construção geométrica; ou então uma forma mais complexa, mas que admita ao menos o uso fácil de funiculares naquela determinação.

O processo implica o risco de erros aleatórios de vários tipos, a saber:

.1. Erros resultantes do transporte para o papel de distância e ângulos a partir de graduações de algum modo materializadas em suportes próprios (réguas, esquadros, transferidores, etc.)
.2. Erros próprios do traçado geométrico com traços de espessura finita.
.3. Erros provenientes de deformações do papel, material não isótropo e alterável pela humidade e temperatura a que porventura seja sujeito.
.4. Erros cometidos no transporte de distâncias do papel para graduações de algum modo materializadas em suportes próprios.

Admitindo que as diferenças de graduação das réguas e escantilhões são desprezáveis, os erros aleatórios provenientes dos transportes de distâncias não se admite que excedam metade de menor divisão da graduação, ou seja, atingem no máximo 0,25 mm.

As construções e traçados geométricos fazem-se com traços entre 0,1 e 0,2 mm e os erros aleatórios correspondentes não vão em módulo, além de 0,2 mm.

Os papéis vulgarmente usados apresentam com o tempo deformações que atingem fàcilmente 3 a 5 ‰.

Das escalas estandardizadas.

1/1	1/10	1/100
1/2,5	1/20	
1/5	1/50	

só as quatro últimas são usadas em desenhos isométricos e/ou de arranjo. Atendendo a que $|U^k_{fh}|$ não excede 4×10^2 mm, os erros aleatórios máximos que resultam da deformabilidade do papel não vão além de

0,2 mm
0,1
0,04
0,02

em desenhos feitos respectivamente em cada uma das escalas usadas.

Em resumo, os erros aleatórios da medição directa contêm-se no intervalo (— 0,5 mm, + + 0,5 mm), a que correspondem os seguintes intervalos em escala natural

Escala do desenho	Intervalo de variação dos erros aleatórios de medição directa, reduzidos à escala natural
1/10	(— 5 mm, + 5 mm)
1/20	(— 10 mm, + 10 mm)
1/50	(— 25 mm, + 25 mm)
1/100	(— 50 mm, + 50 mm)

3.3. A determinação estatística de X^k_{fh} (ou de X^k_f) será tanto mais precisa quanto maior o número de dados estatísticos em que se baseie e maior o cuidado posto na sua manipulação. Dum modo geral a experiência permite-nos afirmar que, em primeira aproximação, o módulo dos desvios relativos extremos, entre os valores estatísticos usados em anteprojecto e os valores correspondentes determinados posteriormente durante o projecto, não excede 3 %. Ou seja, desprezando as diferenças de ordem superior a primeira,

$$|\Delta x^k_{fh}| \leq 3\,\% \, |X^k_{fh}| \tag{3.40}$$

Como os X^k_{fh} (ou X^k_f) usados em anteprojecto são inferiores em módulo ao comprimento entre perpendiculares de construção, L, podemos escrever

$$|\Delta x^k_{fh}| \leq 3\,\% \, L \tag{3.41}$$

MAGUE

Ponte rolante eléctrica de 40t./11,5m., em serviço no poço de acesso (120 m. de profundidade) à Central Subterrânea de Alto Rabagão.

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS — *Projecto e fabrico*

TURBINAS HIDRÁULICAS — *Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*

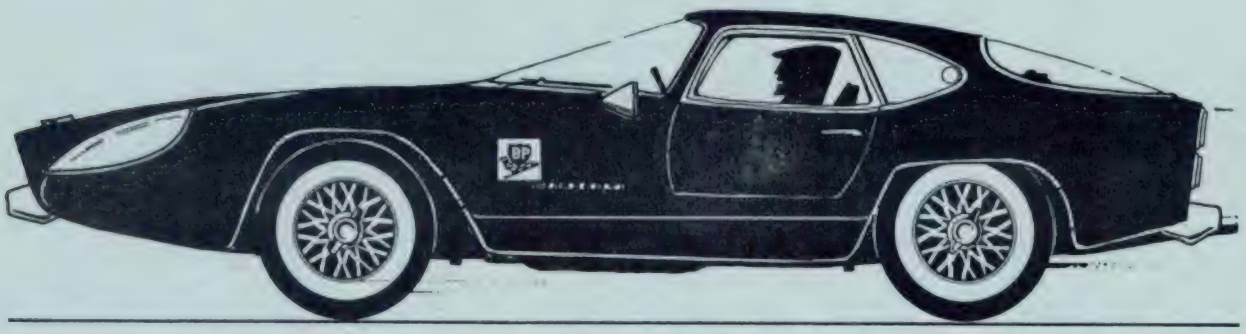
TURBINAS A VAPOR — *Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*

CALDEIRAS A VAPOR — *Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*

EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL



performance

É cada vez maior o número de automobilistas que utilizam os seus carros tanto na vida profissional como por prazer.
Milhões de pessoas utilizam os seus carros em longas viagens de férias.

Se percorre grandes distâncias,
Se exige muito do seu carro,
Se é um apaixonado do automobilismo,
Se considera o seu carro como parte da sua própria existência,
Então, precisa de BP LONGLIFE.

BP LONGLIFE oferece uma protecção maior e mais prolongada aos motores modernos de grande «performance». É um óleo que todos os bons motores merecem... e devem ter.

BP LONGLIFE é tão bom que aumenta os períodos entre mudanças de óleo e protege o motor do seu carro durante o ano todo.

BP visco-static

LONGLIFE

O ÓLEO DOS 15.000 QUILÓMETROS

7·65

3.3.5. A análise realizada permite afirmar que pràticamente o erro Δx^k_{fh} está contido num determinado intervalo $(-A, +A)$, conforme os processos usados. Equivale isto a dizer que há pelo menos 99 % de probabilidades do erro não exceder aquele intervalo. Ou ainda que

$$(3.42) \qquad \sigma_x{}^k{}_{fh} = \frac{A}{3}$$

Atendendo a que não é prático estabelecer algarismos significativos à direita da casa correspondente aos milímetros, podemos afirmar que

Processo de determinação dos x^k_{fh}		$\sigma x^k{}_{fh} \leq$
Cálculo		0,17 mm
Medição directa em desenho feito na escala...	1/10	1,7
	1/20	3,3
	1/50	8,5
	1/100	17
Estatístico		1 % L

3.3.6. Por razões análogas às que acabamos de apresentar são inteiramente aplicáveis aos Y^k_{fh} e Z^k_{fh} as conclusões a que chegámos quanto aos X^k_{fh}, substituindo apenas L respectivamente pela boca de construção, B, e pelo pontal, também de construção, P.

3.4. **Precisão dos P^k_{fh}**

3.4.1. Existem três processos para determinar os P^k_{fh}, a saber

.1. Cálculos;
.2. Pesagem directa;
.3. Estatística.

3.4.2. O cálculo do peso dum componente fh faz-se geralmente por adição dos pesos de cada uma das peças ou região homogénea em que se pode decompô-lo. O peso de cada região homogénea determina-se por integração. Se for γ o peso específico e dv o elemento de volume, será

$$(3.43) \qquad p = \int_v \gamma \, dv$$

Sejam x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, e z_2 as coordenadas extremas dos pontos materiais pertencentes ao conjunto homogéneo considerado. Seja ainda W a função característica desse conjunto, isto é uma função que toma o valor 1 em todos os pontos do conjunto e o valor 0 nos pontos que lhe não pertencem.

Está bem de ver que

$$(3.44) \quad p = \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} W \gamma \, d z$$

Uma vez que W é limitada superior e inferiormente; e

$$(3.45) \qquad \gamma = \text{const}$$

é uma função integrável e de um só sinal em todos os intervalos a que se estendem as integrações, o primeiro teorema da média [2] permite escrever

$$(3.46) \qquad p = \lambda \gamma \; (x_2 - x_1) \; (y_2 - y_1) \; (z_2 - z_1)$$

sendo λ um parâmetro tal que

$$(3.37) \qquad 0 \leq \lambda \leq 1$$

O erro absoluto dum peso assim calculado obtém-se com auxílio da Teoria das Diferenças

$$\begin{aligned}(3.48) \quad \Delta p = {} & \lambda \; (x_2 - x_1) \; (y_2 - y_1) \; (z_2 - z_1) \; \Delta\gamma + \\ & + \lambda\gamma \, (y_2 - y_1) \; (z_2 - z_1) \; \Delta \; (x_2 - x_1) + \\ & + \lambda\gamma \, (x_2 - x_1) \; (z_2 - z_1) \; \Delta \; (y_2 - y_1) + \\ & + \lambda\gamma \, (x_2 - x_1) \; (y_2 - y_1) \; \Delta \; (z_2 - z_1) =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3.49) \quad & = p \, [\, \varepsilon_\gamma + \varepsilon_{(x_2 - x_1)} + \varepsilon_{(y_2 - y_1)} + \\ & + \varepsilon_{(z_2 - z_1)} \,]\end{aligned}$$

onde os $\varepsilon\varepsilon$ representam erros relativos.

Por um lado há mais de 99 % de probabilidades de qualquer dos intervalos $(x_2 - x_1)$, $(y_2 - y_1)$ ou $(z_2 - z_1)$ estar compreendido entre 10^{-3} m e 2×10 m. Por outro lado, se necessário, podemos reduzir a menos de 5×10^{-8} m o módulo de erros absolutos das medidas daqueles intervalos. É pois admissível escrever em geral

$$\begin{aligned}(3.50) \quad & | \, \varepsilon_{(x_2 - x_1)} \, |_{\text{máx}} = | \, \varepsilon_{(y_2 - y_1)} \, |_{\text{máx}} = \\ & = | \, \varepsilon_{(z_2 - z_1)} \, |_{\text{máx}} \leq 5 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

Os pesos específicos são conhecidos na sua grande maioria com pelo menos 3 algarismos significativos, o que implica

(3.51) $$|\varepsilon_\gamma|_{máx} \leq 5 \times 10^{-3}$$

Ou seja

(3.52) $$|\Delta p|_{máx} \leq p\,(5 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-4} + 5 \times 10^{-4} + 5 \times 10^{-4}) =$$

(3.53) $$= p \times 6{,}5 \times 10^{-3}$$

e portanto

(3.54) $$\sigma_p \leq 2{,}2 \times 10^{-3}\, p$$

Como mais de 99 % dos pesos assim calculados estão compreendidos entre 5 kgs e 5×10^4 kgs, segue-se que em geral

(3.55) $$\sigma_p \leq 2{,}2 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^4 = 110 \text{ kgs}$$

Se quisermos estabelecer limites de σ_p tais que a distribuição probabilística resultante seja mais isomorfa da realidade, basta remover este carácter de generalidade. Assim dividindo o intervalo (5 kg, 5×10^4 kg) em dois intervalos contíguos, com os extremos em progressão geométrica, teremos:

— Para pesos no intervalo (5 kg, 5×10^2 kg), $\sigma_p = 1{,}1$ kg

— Para pesos no intervalo (5×10^2 kg, 5×10^4 kg), $\sigma_p = 1{,}1 \times 10^2$ kg

O número de sub-intervalos em que se parte o intervalo inicial é arbitrário — e limitado apenas por razões de ordem prática, nomeadamente facilidade dos cálculos a realizar com os σ_p adoptados.

Dissémos que os P^k_{fh} se calculam por soma de pesos obtidos por integração. Em média, o número de parcelas de cada uma destas somas não excede 5. Logo

(3.56)
$$\sigma^2_p{}^k_{fh} = \sum_i \sigma^2_p{}^k_{fhi} \leq 5 \times 1{,}21 \times 10^4 = 6{,}05 \times 10^4$$

(3.57) $$\sigma_p{}^k_{fh} \leq 246 \cong 250 \text{ kg}$$

3.43. A pesagem directa na construção naval faz-se em balanças de vários tipos, a saber

.1. Balanças dinamómetros

.1.1. De molas

.1.2. Hidráulicas

.2. Básculas

.3. Balanças piezo-eléctricas.

Quando *devidamente aferidas*, as balanças correntes admitem erros relativos tais que

(3.58) $$|\varepsilon_p{}^k_{fh}| \leq 5 \times 10^{-3}$$

Ou seja, atendendo a que em regra se destinam a pesos não superiores a 2×10^4 kg; e que as balanças decimais não permitem mesmo pesar acima de 5×10^2 kg; podemos escrever, para pesos no intervalo (5×10^2 kg, 5×10^4 kg):

(3.59)
$$|\Delta p^k_{fh}| \leq 5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^4 = 2{,}5 \times 10^2 \text{ kg}$$

e para pesos no intervalo (5 kg, 5×10^2 kg)

(3.60) $$|\Delta p^k_{fh}| \leq 5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^2 = 2{,}5 \text{ kg}$$

Portanto

(3.61) $$5 \times 10^2 \text{ kg} < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^4 \text{ kg}$$

(3.62) $$\sigma_p{}^k_{fh} = 83 \text{ kg}$$

(3.63) $$5 \text{ kg} < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^2 \text{ kg}$$

(3.64) $$\sigma_p{}^k_{fh} \leq 0{,}83 \text{ kg}$$

3.4.4. A determinação estatística de P^k_{fh} (ou de P^k_f) será tanto mais precisa quanto maior o número de dados estatísticos em que se baseia e maior o cuidado posto na sua manipulação. Admitiremos, baseados na experiência e desprezando diferenças de ordem superior à primeira, que

(3.65) $$|\Delta p^k_{fh}| \leq 4{,}5\,\%\, P^k_{fh}$$

3.4.5. Em resumo, tomaremos como próprios dos vários processos de determinação de pesos P^k_{fh} os seguintes limites superiores de $\sigma_p{}^k_{fh}$

Processo de determinação do P^k_{fh}		$\sigma p^k_{fh} =$
Cálculo	$5 \times 10^2 kg < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^4 kg$	250 kg
	$5 kg < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^2 kg$	2,5 kg
Pesagem Directa	$5 \times 10^2 kg < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^4 kg$	83 kg
	$5 kg < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^2 kg$	0,83 kg
Estatística	$5 \times 10^2 kg < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^4 kg$	750 kg
	$5 kg < P^k_{fh} \leq 5 \times 10^2 kg$	7,5 kg

3.5. Aplicação

3.5.1. Neste parágrafo aplicaremos os resultados de toda a análise anterior a um certo número de casos particulares, escolhidos de modo a cobrir largamente uma certa gama de navios, tanto de tipo, como de dimensões. A hipótese de carga considerada é definida por

(3.66) $(k = 1) \equiv$ navio carregado à saída do porto

excepto onde aparece (+), caso em que os números se referem a uma condição particular de carga, sem avaria. Os dados utilizados referem-se aos seguintes navios:

Aplicação	Tipo de navio	L (m)	B (m)	P (m)	Deslocamento carregado (t)	X^1 (m)	Y^1 (m)
I Anteprojecto da Construção N.º 144 da LISNAVE (1953)	Rebocador	28,000	6,800	3,350	270	14,233	2,890
II Anteprojecto N.º 14/6 da LISNAVE (1959)	Arrastão	63,750	11,750	5,900	2251	32,600	4,000
III Anteprojecto N.º 27/4 da LISNAVE (1965)	Frigorífico	80,000	13,200	7,700	3803	38,930	5,163
IV Projecto da construção N.º 195 da LISNAVE	Escolhador Oceânico	93,880	11,170	6,250	1915	44,995	4,002
V Construção N.º 120 da LISNAVE (1947)	Cargueiro	86,000	12,800	8,000	4564 (+)	43,105 (+)	5,185 (+)
VI Construção N.º 163 da LISNAVE (1958)	Cargueiro	75,000	11,800	6,000	2592	37,101	4,045
VII Construção N.º 191 da LISNAVE (1961)	N. Passag.	60,000	10,200	6,250	1175	29,150	4,160
VIII Construção N.º 197 da LISNAVE (1962)	Rebocador	27,000	7,500	3,600	268,5	14,053	2.115

3.5.2. Vejamos em primeiro lugar o que se passa na determinação do centro de gravidade em anteprojecto.

O número total de linhas usado na determinação dos X^l e Z^l acima indicados foi, respectivamente:

Aplicação	I	II	III
H^k	17	132	106

Os resultados imediatos, determinados a partir dos registos, são os seguintes:

Aplicação I	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	270,0	14768	239,65	4049,74	59,29	266,44
Σ / H^k	15,882	868,71	14,097	238,22	3,488	15,673
$(\Sigma / H)^2$	252,24	—	198,73	—	12,166	—
	var $P^k_{fh} = 616,47$		var $X^k_{fh} = 39,49$		var $Z^k_{fh} = 3,507$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 8,456 \times 10^{-3}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 5,037 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 3,125 \times 10^{-1}$	

Aplicação II	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	2251	558138	3103,3	105427	943,91	8419,2
Σ / H^k	17,053	4228,3	23,510	798,69	7,151	63,782
$(\Sigma / H^k)^2$	290,80	—	532,72	—	51,137	—
	var $P^k_{fh} = 3937,5$		var $X^k_{fh} = 245,97$		var $Z^k_{fh} = 12,645$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 7,771 \times 10^{-4}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 6,052 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 3,632 \times 10^{-1}$	

Aplicação III	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	3803	3162003	2891,6	127050,74	1008,7	10784
Σ / H^k	35,877	29830	27,279	1198,6	9,516	101,73
$(\Sigma / H^k)^2$	1287,16	—	744,14	—	90,55	—
	var $P^k_{fh} = 28543$		var $X^k_{fh} = 454,5$		var $Z^k_{fh} = 11,18$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 1,974 \times 10^{-3}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 7,101 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 1,885 \times 10^{-1}$	

As tabelas acima permitem estabelecer esta outra que segue:

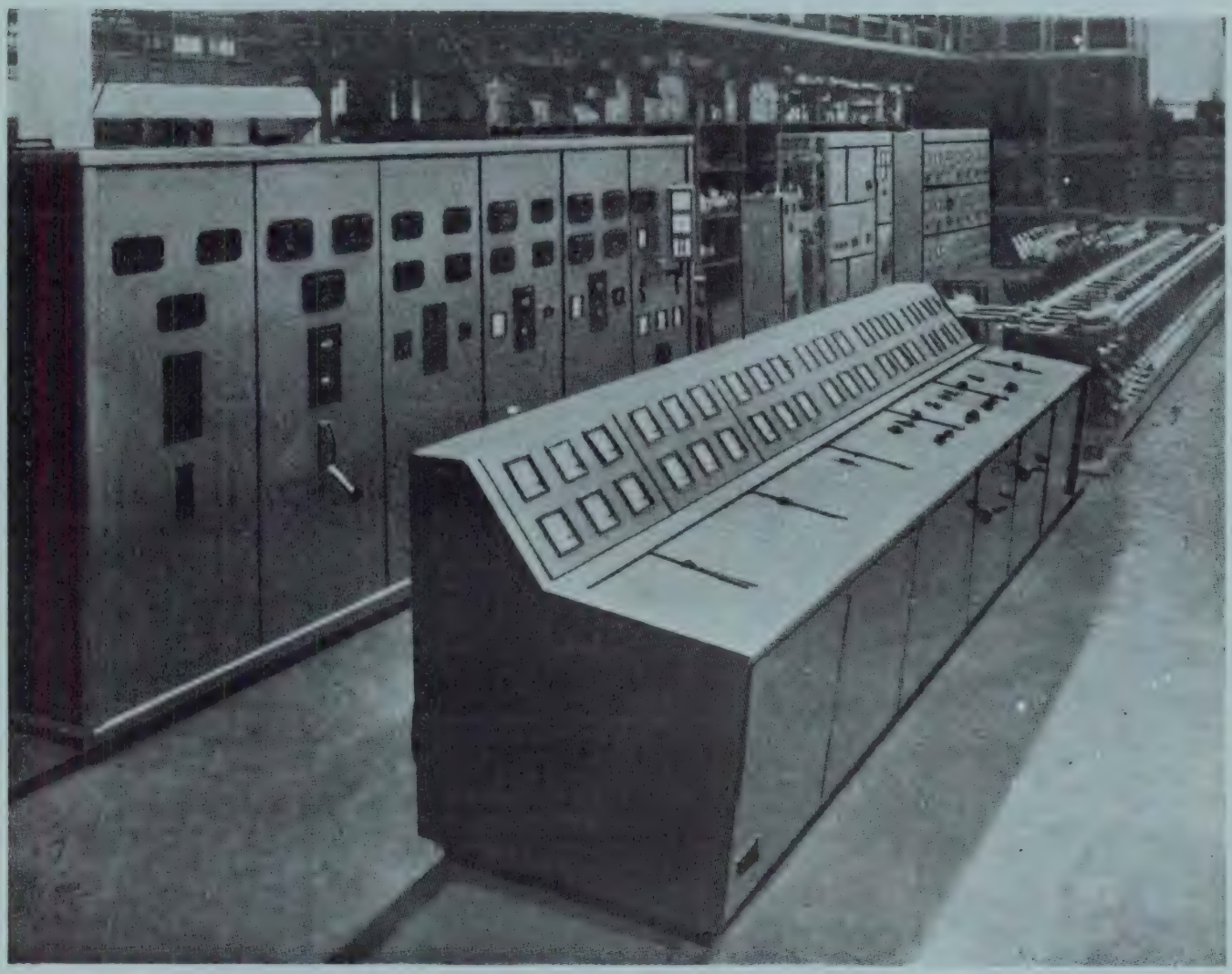
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

FILTROS TECIDOS

PARA GAZES E LÍQUIDOS
EM PEÇAS, PANOS, MANGAS OU SACOS

DE QUALQUER FIBRA NATURAL OU SINTÉTICA

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEFS.: 52093-52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESTRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.741121
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

Aplicação	I	II	III
H^k	17	132	106
$X^k - \overline{X^k_{fh}}$	0,136	9,090	11,651
$\left(\frac{X^k - \overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2$	$2,359 \times 10^{-5}$	$2,033 \times 10^{-2}$	$2,121 \times 10^{2}$
$\text{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{X^k - \overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2$	$5,039 \times 10^{-2}$	$8,085 \times 10^{-2}$	$9,222 \times 10^{-2}$
$H^k\left[\text{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{X^k - \overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2\right]$	$8,566 \times 10^{-1}$	$1,067 \times 10$	9,775
$Z^k - \overline{Z^k_{fh}}$	0,598	$-3,151$	$-4,353$
$\left(\frac{Z^k - \overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2$	$3,187 \times 10^{-2}$	$2,852 \times 10^{-1}$	$3,196 \times 10^{-1}$
$\text{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) + \left(\frac{Z^k - \overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2$	3.444×10^{-1}	$6,484 \times 10^{-1}$	$5,081 \times 10^{-1}$
$H^k\left[\text{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) + \left(\frac{Z^k - \overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2\right]$	5,855	$8,559 \times 10$	$5,386 \times 10$
$\left(\frac{1}{H^k}\right)^2$	$3,4603 \times 10^{-3}$	$5,7393 \times 10^{-5}$	$8,9000 \times 10^{-5}$
$\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2$	$1,192 \times 10^{-2}$	$8,345 \times 10^{-4}$	$2,063 \times 10^{-3}$
$H^k\left[\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{P^k}\right)^2\right]$	$2,026 \times 10^{-1}$	$1,102 \times 10^{-1}$	$2,187 \times 10^{-1}$

5.5.3. Passemos ao caso de determinação da posição do centro de gravidade de um navio em projecto. Como o número total de linhas, H^k, de dados é da ordem das dezenas de milhar, as médias e variâncias dos pesos e coordenadas homogéneas estabeleceram-se com base em amostras de 300 elementos cada. A precisão das médias e variâncias assim calculadas é definida, respectivamente pelas seguintes expressões [6], [8]:

(3.67) desvio quadrático médio da média $= \sqrt{\frac{\text{var}}{300}} = 5,77\ \%\ \sqrt{\text{var}}$

(3.68) desvio quadrático médio da $\sqrt{\text{var}} = \sqrt{\frac{\text{var}}{600}} = 4,08\ \%\ \sqrt{\text{var}}$

Apenas se dispõem de momento de elementos manipuláveis respeitantes à aplicação IV. Com eles pode construir-se a tabela seguinte:

	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Y^k_{fh}	(Y^k_{fh})
Σ	21,46	78,5564	15192,17	1109532	1594,7	10949,1
$\Sigma/300$	0,07153	0,261854	50,641	3698,4	5,3159	36,497
$(\Sigma/300)^2$	0,0051165	—	2554,5	—	28,256	—
	var $P^k_{fh} = 0{,}25674$		var $X^k_{fh} = 1143{,}9$		var $Z^k_{fh} = 8{,}241$	
	$\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 6{,}9994 \times 10^{-8}$		$\text{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 1{,}2979 \times 10^{-1}$		$\text{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 3{,}1097 \times 10^{-1}$	

Como

$$H^k = 50000$$

podemos escrever

$$X^k - \overline{X^k_{fh}} = -5{,}646 \text{ m}$$

$$\left(\frac{X^k - \overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2 = 3{,}619 \times 10^{-3}$$

$$\text{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{X^k - \overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2 = 1{,}3341 \times 10^{-1}$$

$$H^k \left[\text{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{X^k - \overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2\right] = 6{,}6703 \times 10^3$$

$$Z^k - \overline{Z^k_{fh}} = -1{,}3156 \text{ m}$$

$$\left(\frac{Z^k - \overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2 = 4{,}4174 \times 10^{-2}$$

$$\text{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) + \left(\frac{Z^k - \overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2 = 3{,}5514 \times 10^{-1}$$

$$H^k \left[\text{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) + \left(\frac{Z^k - \overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2\right] = 1{,}7757 \times 10^4$$

$$\left(\frac{1}{H^k}\right)^2 = 4 \times 10^{-10}$$

$$\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2 = 7{,}0394 \times 10^{-8}$$

$$H^k \left[\text{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2\right] = 3{,}5198 \times 10^{-3}$$

3 5.4. Passemos finalmente ao caso de determinação do centro de gravidade do navio em construção.

Como o número total de linhas de dados a considerar, H^k, é da ordem dos milhares, as médias e variâncias dos pesos e coordenadas homogéneas estabeleceram-se a partir de amostras de 250 elementos cada. A precisão das médias e variâncias assim calculadas é definida respectivamente pelas seguintes aplicações:

desvio quadrático médio da média $= \sqrt{\frac{\text{var}}{250}} = 6{,}33\ \% \sqrt{\text{var}}$

desvio quadrático médio da $\sqrt{\text{var}} = \sqrt{\frac{\text{var}}{500}} = 4{,}47\ \% \sqrt{\text{var}}$

Os resultados são os seguintes:

Aplicação V	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	157,7	716,425	10869	633363	1495	12743,51
$\Sigma / 250$	0,6308	2,866	43,48	2533,5	5,980	50,97
$(\Sigma / 250)^2$	0,3979	—	1890,5	—	35,76	—
	var $P^k_{fh} = 2,468$		var $X^k_{fh} = 643,0$		var $Z^k_{fh} = 15,21$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 1,179 \times 10^{-7}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 8,694 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 2,377 \times 10^{-1}$	

Aplicação VI	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	106,7	263,200	9224	474353	1197	7811,58
$\Sigma / 250$	0,4268	1,053	36,89	1897,4	4,788	31,25
$(\Sigma / 250)^2$	0,1822	—	1360,87	—	22,92	—
	var $P^k_{fh} = 0,8708$		var $X^k_{fh} = 536,6$		var $Z^k_{fh} = 8,33$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 1,296 \times 10^{-7}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 9,540 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 2,3139 \times 10^{-1}$	

Aplicação VII	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	190,7	697,257	6742	239347	1297	8978,79
$\Sigma / 250$	0,7628	2,789	26,97	958,0	5,189	35,90
$(\Sigma / 250)^2$	0,5819	—	727,4	—	26,93	—
	var $P^k_{fh} = 2,207$		var $X^k_{fh} = 230,6$		var $Z^k_{fh} = 8,97$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 1,599 \times 10^{-6}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 6,406 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 2,296 \times 10^{-1}$	

Aplicação VIII	P^k_{fh}	$(P^k_{fh})^2$	X^k_{fh}	$(X^k_{fh})^2$	Z^k_{fh}	$(Z^k_{fh})^2$
Σ	155,4	1099,774	3654	62771	917,29	4323,99
$\Sigma / 250$	0,6215	4,399	14,62	251,1	3,670	17,30
$(\Sigma / 250)^2$	0,3863	—	213,6	—	13,47	—
	var $P^k_{fh} = 4,013$		var $X^k_{fh} = 37,5$		var $Z^k_{fh} = 3,83$	
	var $\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) = 5,566 \times 10^{-5}$		var $\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) = 5,144 \times 10^{-2}$		var $\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) = 2,955 \times 10^{-1}$	

As tabelas acima permitem estabelecer esta outra:

Aplicação	V	VI	VII	VIII
H^k	1728	4000	2880	500
$X^k - \overline{X}^k_{fh}$	$-0{,}375$	$0{,}211$	$2{,}18$	$-0{,}567$
$\left(\frac{X^k - \overline{X}^k_{fh}}{L}\right)^2$	$1{,}901 \times 10^{-5}$	$7{,}915 \times 10^{-6}$	$1{,}320 \times 10^{-3}$	$4{,}410 \times 10^{-4}$
$\mathrm{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{X^k - \overline{X}^k_{fh}}{L}\right)^2$	$8{,}696 \times 10^{-2}$	$9{,}541 \times 10^{-2}$	$6{,}538 \times 10^{-2}$	$5{,}188 \times 10^{-2}$
$H^k\left[\mathrm{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right) + \left(\frac{X^k - \overline{X}^k_{fh}}{L}\right)^2\right]$	$1{,}503 \times 10^{2}$	$3{,}816 \times 10^{2}$	$1{,}88 \times 10^{2}$	$2{,}594 \times 10$
$Z^k - \overline{Z}^k_{fh}$	$-0{,}795$	$-0{,}743$	$1{,}029$	$-1{,}555$
$\left(\frac{Z^k - \overline{Z}^k_{fh}}{P}\right)^2$	$9{,}875 \times 10^{-3}$	$8{,}626 \times 10^{-3}$	$2{,}711 \times 10^{-2}$	$3{,}401 \times 10^{-4}$
$\mathrm{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{P}\right) + \left(\frac{Z^k - \overline{Z}^k_{fh}}{P}\right)^2$	$2{,}478 \times 10^{-4}$	$2{,}564 \times 10^{-4}$	$2{,}567 \times 10^{-4}$	$2{,}958 \times 10^{-4}$
$H^k\left[\mathrm{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right) + \left(\frac{Z^k - \overline{Z}^k_{fh}}{P}\right)^2\right]$	$4{,}282 \times 10^{-2}$	$1{,}026 \times 10^{3}$	$7{,}39 \times 10^{2}$	$1{,}48 \times 10^{2}$
$\left(\frac{1}{H^k}\right)^2$	$3{,}349 \times 10^{-7}$	$6{,}250 \times 10^{-8}$	$1{,}206 \times 10^{-7}$	$4{,}000 \times 10^{-6}$
$\mathrm{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2$	$4{,}528 \times 10^{-7}$	$1{,}921 \times 10^{-7}$	$1{,}720 \times 10^{-6}$	$5{,}966 \times 10^{-5}$
$H^k\left[\mathrm{var}\left(\frac{P^k_{fh}}{P^k}\right) + \left(\frac{1}{H^k}\right)^2\right]$	$7{,}824 \times 10^{-4}$	$7{,}684 \times 10^{-4}$	$4{,}553 \times 10^{-3}$	$2{,}983 \times 10^{-2}$

3.5.5 Os resultados dos cálculos apresentados nos parágrafos 3.5.2, 3.5.3 e 3.5.4 podem resumir-se na seguinte matriz :

	Aplicação	$H^k\left[\mathrm{var}\left(\frac{X^k_{fh}}{L}\right)+\left(\frac{X^k_{th}-\overline{X^k_{fh}}}{L}\right)^2\right]=A$	$H^k\left[\mathrm{var}\left(\frac{Z^k_{fh}}{P}\right)+\left(\frac{Z^k_{th}-\overline{Z^k_{fh}}}{P}\right)^2\right]=B$	$H^k\left[\mathrm{var}\left(\frac{P^k_{th}}{P^k}\right)+\left(\frac{1}{H^k}\right)^2\right]=C$
Em anteprojecto	I	8,8566	5,855	0,2026
	II	10,67	85,59	0,1102
	III	9,775	53,86	0,2187
Em projecto	IV	6670,3	17757	0,0035198
Em construção	V	150,3	428,2	0,0007824
	VI	381,6	1026	0,0007684
	VII	188	739	0,004953
	VIII	25,94	148	0,02983

(Continua)

C. D. U. 624.159.11 002:621.97

DIMENSIONAMENTO DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS

III

FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS DE PERCUSSÃO

por ARTUR RAVARA
Estagiário para especialista da
Divisão de Mecânica Aplicada do
Laboratório Nacional de Engenharia Civil

SUMÁRIO

Este artigo é o 3.º duma série subordinada ao título geral «Dimensionamento de Fundações de Máquinas».

Apresentam-se os principais tipos de fundação de martelos-pilões. Indicam-se as disposições estruturais e construtivas a que devem obedecer. Analisam-se as oscilações produzidas pelo choque do pilão nos vários elementos da fundação e as respectivas solicitações dinâmicas, com base nos elementos de Mecânica dos Solos e Teoria das Vibrações apresentados no 1.º artigo da presente série [1].

Comparam-se os resultados obtidos com resultados experimentais. Indicam-se as normas de cálculo e de dimensionamento de fundações com amortecedores mecânicos de molas. Finalmente, apresentam-se 3 aplicações numéricas do cálculo de fundações de martelos.

SYNOPSIS

The present article is the third of a series entitled «Design of machine foundations».

The most current typer of forge hammers are here referred to. General rules for design are presented. Vibrations due to the impact of the ram are analysed on basis of the general principles described in the preceeding articles of this series [1].

Analytical and experimental results of dynamic analysis are compared Limitation of vibration amplitude using mechanical spring absorbers is studied. Finally three pratical problems are dealt with by means of the design methods presented.

1 — GENERALIDADES

1.1 — Constituição dos martelos-pilões

Uma máquina deste tipo é constituída por uma massa móvel, *o pilão*, guiada por uma estrutura metálica, o *quadro*, montada sobre a *bigorna*, metálica também, sob a qual se dispõe a fundação. Esta é constituída em geral por um estrado de madeira assente sobre um bloco maciço de betão.

O quadro pode não estar assente sobre a bigorna e assentar directamente sobre a fundação.

1.2 — Elementos necessários ao estudo da fundação

Estes elementos, a fornecer pelo fabricante, são os seguintes:

a) peso dos elementos móveis, ou seja, do pilão, êmbolo e respectiva haste. Caracterizam geralmente a potência do martelo;
b) peso e dimensões da bigorna;
c) peso total da máquina excluindo a bigorna. Na ausência de elementos sobre o peso da bigorna e do quadro, é lícito admitir para peso da bigorna 15 a 20 vezes o peso do pilão; para peso total da máquina, 25 a 30 vezes o peso do pilão;
d) Altura de queda do pilão;
e) Área do êmbolo;
f) Pressão média no êmbolo;
g) Dimensões do estrado de madeira;
h) Localização, diâmetro e comprimento dos parafusos de ancoragem;
i) Desnível entre a base da bigorna e o pavimento da oficina;
j) Localização do martelo na oficina, em relação às fundações de outras máquinas e estruturas; dimensões das respectivas fundações.

1.3 — Material de fundação

Para martelos com pilões de peso superior a 1 ton emprega-se betão de resistência à compressão aos 28 dias.

$$R_{28} = 150 \text{ kg/cm}^2$$

com brita de resistência não inferior a 250 kg/ /cm² e cimento normal.

O betão é armado conforme se indica em 1.4.

A madeira mais empregada no estrado é o carvalho. Para martelos com pilões de peso inferior a 2 ton, a madeira de pinho é satisfatória, desde que seja de boa qualidade.

1.4 — Normas de dimensionamento da fundação

Até há pouco tempo, havia a tendência generalizada de fundar os martelos sobre maciços de grandes dimensões embebidos no solo a grande profundidade, a fim de que o assentamento estático sob a fundação fosse superior à amplitude de vibração. Deste modo, o peso da fundação era 80 a 120 vezes superior ao peso do pilão.

A fig. 1.a) indica uma fundação típica deste critério.

Demonstra-se que não são necessários maciços de tão grandes dimensões, de construção muito dispendiosa, e que é mais indicado dar-lhe a forma de placas ou blocos de pequena altura, tais que o seu peso seja cerca de 40 vezes o do pilão.

As fig. 1.b), 1.c) e 1.d) indicam fundações deste tipo.

Em fundações do tipo bloco, a espessura deste é dependente do peso do pilão como se indica:

Peso do pilão	*Espessura do bloco*
até 0,75 ton	0,75 m
0,75 a 2,50 ton	0,75 a 1,50 m
Superior a 2,50 ton	1,50 a 2,50 m

De um modo geral as fundações de bloco (fig. 1.d) são preferíveis às de 2 blocos (fig. 1.c) pois asseguram a perfeita ligação entre os elementos da máquina e impedem assentamentos não uniformes sob a base. O critério que presidiu à concepção de fundações de 2 blocos foi o de impedir que se desenvolvam tensões consideráveis na máquina em trabalhos «excêntricos». Neste caso, entre os blocos 1 e 2 interpõe-se uma camada de borracha sintética ou outro isolante.

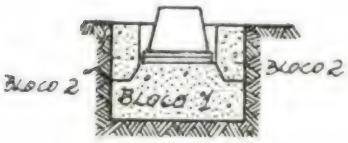
Quanto às armaduras do bloco, são constituídas, na parte inferior, por 2 a 4 redes horizontais paralelas, de malha quadrada de 10 a

(a)

Fundação tradicional, com bloco de grandes dimensões

(b)

Fundação tipo laje, carregada com terra



(c)

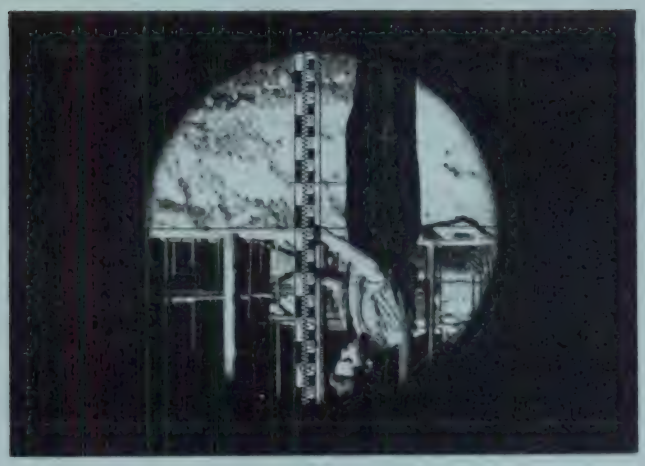
Fundação de bloco composto

(d)

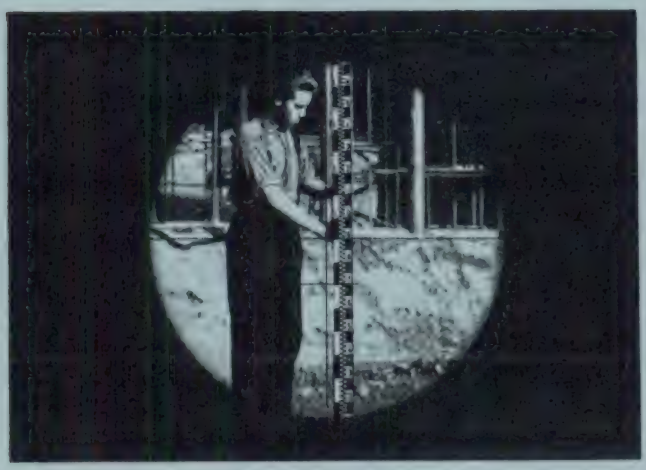
Fundação de bloco simples

Fig. 1 — Tipos de fundação de martelos-pilões

ANTIGAMENTE :



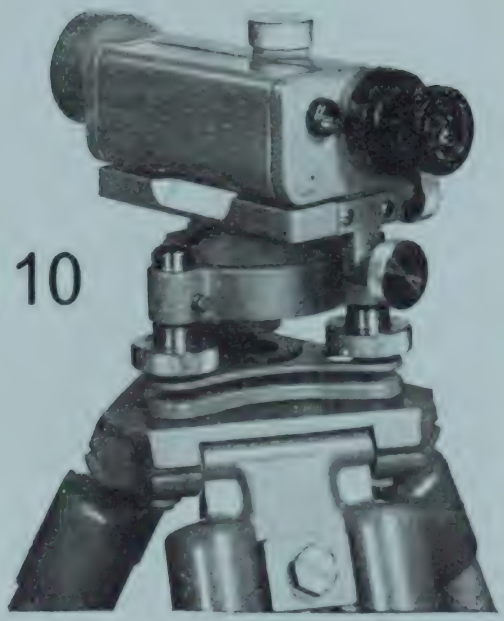
HOJE :



Com
imagem
direita
na luneta

WILD
HEERBRUGG

N 10



Trabalho cómodo e simples sem erros e sem dúvidas, sinais correctos, não invertidos, claros e rápidos.

O pequeno nível WILD N 10 com a designação «E» tem imagem direita do campo de observação na luneta. A mesma tem luminosidade igual ao modelo convencional e o mesmo tamanho.

Representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA. PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA-2 — TELEFONE 68 11 27

TRANSFORMADORES DE SOLDADURA

MODELO PORTÁTIL

25 Kg

CORRENTE DE SOLDADURA

REGULÁVEL DE

55 a 160 A

(8 posições)

Dimensões:

360 x 200 x 410 mm

EFACEC

EFACEC

20 cm de aresta, de varão de 8 a 12 mm de diâmetro. A rede superior é colocada a 2 ou 3 cm da superfície. Na parte inferior do bloco dispõem-se 1 ou 2 redes horizontais de malha quadrada de 15 a 30 cm de aresta, de varão de 12 a 20 mm de diâmetro. Na parte superior a distância entre as redes é de 10 a 15 cm; na parte inferior do bloco, é de 15 a 30 cm.

O número de redes depende da potência do martelo.

Os estrados sob a bigorna são formados por barrotes de secção quadrada de 10 a 20 cm de aresta. Os barrotes dispõem-se por camadas cruzadas, ligadas por parafusos distanciados de 0,50 a 1,00 m.

A camada superior de barrotes dispõe-se paralelamente ao lado menor da base do martelo.

A madeira deve ser protegida da humidade e agentes corrosivos.

O intervalo entre o estrado e as paredes de escavação deve ser preenchido por betume asfáltico. A base da bigorna é travada, sobre o estrado, por 4 barrotes que a envolvem.

Apresenta-se no quadro 1 a relação entre o peso do pilão e a espessura do estrado de madeira empregado.

QUADRO 1

Relação entre o peso do pilão e a espessura do estrado de madeira

Tipo de máquina	Espessura do estrado, em metros, para um peso de pilão de		
	Até 1 ton	1 a 3 ton	Superior a 3 ton
Martelo de duplo efeito	até 0,20	0,20 a 0,60	0,60 a 1,20
Martelo de efeito simples	até 0,10	0,10 a 0,40	0,40 a 0,90

As tensões sobre o estrado não devem exceder os valores de:

300 a 350 Kg/cm² em madeira de carvalho
200 a 250 » » » de pinho

O acabamento de barrotes do estrado deve ser muito perfeito e a sua superfície superior deve ficar rigorosamente nivelada.

1.5 — Disposições construtivas

O betão das fundações deve ser colocado em obra por meio de vibradores. Se o terreno for atravessado por veios de água com agentes químicos susceptíveis de atacar o cimento, este deve ser de tipo especial, adequado para resistir a essa acção.

A superfície superior do bloco deve ficar rigorosamente de nível. Sob o bloco, no caso de solos muito húmidos, deve dispor-se uma camada de betão pobre.

Se a betonagem do bloco não puder ser feita sem interrupção, devem tomar-se as seguintes precauções, destinadas a dar-lhe um carácter monolítico:

— mergulham-se varões de 12 a 16 mm de diâmetro e de 60 cm de comprimento, afastados de 60 cm, à profundidade de 30 cm;

— a superfície da junta deve ser picada, lavada e coberta em seguida por uma camada de argamassa de 2 cm de espessura, ao traço 1:2;

— o intervalo entre a colocação da argamassa e a continuação da betonagem não deve exceder 2 horas.

A bigorna só deve ser montada uma semana depois de concluída a betonagem.

A máquina deve entrar em funcionamento quando o betão da fundação atingir a resistência prevista.

Para proteger o estrado de madeira de infiltrações de terra, deve construir-se uma parede de protecção em volta da bigorna assente sobre o bloco, o que tem ainda a vantagem de permitir a fácil inspecção da bigorna e do estrado e de facilitar a montagem e desmontagem da base da máquina.

2 — MOVIMENTO DA MÁQUINA E DA FUNDAÇÃO SOB A ACÇÃO DO CHOQUE DO PILÃO.

2.1 — Condições iniciais do movimento

2.1.1. — Velocidade de queda dos elementos móveis

Os martelos pilões podem ser de *efeito simples* ou de *duplo efeito*, conforme a queda do pilão se deve apenas à acção da gravidade ou também a pressão vertical de cima para baixo, exercida sobre o êmbolo.

No 1.º caso, a velocidade v do pilão no instante de choque é dada por

$$v = \eta \sqrt{2gh} \qquad (1)$$

sendo: g — aceleração da gravidade
h — altura de queda
η — coeficiente devido à existência de contra pressão e de atritos.

Modernamente, são de aplicação generalizada os martelos de duplo efeito em que a velocidade do pilão no instante de choque é dada por

$$v = \eta \sqrt{\frac{2g\ (W + Ap)h}{W}} \qquad (2)$$

sendo: A — área do êmbolo
p — pressão média sobre o êmbolo
W — peso total dos elementos móveis
h — altura de queda
η — coeficiente correctivo

O valor do coeficiente η pode ser determinado por comparação entre valores experimentais de v e valores dados pelas expressões (1) e (2).

Verifica-se que em média o valor de η é:

— para martelos de efeito simples: $\eta = 0{,}90$
— para martelos de efeito duplo: $\eta = 0{,}65$

Normalmente, a velocidade de queda, para martelos Diesel de efeito duplo é da ordem de

$$v = 6{,}0 \text{ a } 6{,}5 \text{ m/seg}$$

2.1.2 — Velocidade inicial da fundação

Supomos que o conjunto máquina-fundação forma um bloco único muito rígido em relação ao solo. Considera-se ainda que o choque é excêntrico em relação à fundação, como se indica na fig. 2 e que o centro de gravidade da fundação e o centro da área da base estão contidos na mesma vertical. Sendo:

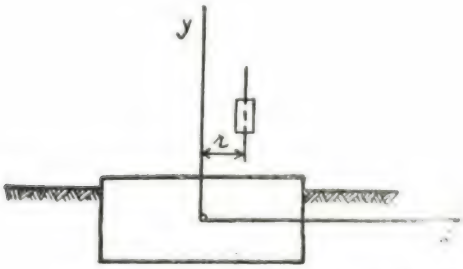


Fig 2 — Choque de electricidade r

m_o — massa do pilão
v — velocidade do pilão no instante do choque
v_1 — velocidade do pilão após o choque
v_o — velocidade da fundação após o choque
m — massa da fundação

pelo princípio de conservação da quantidade de movimento será:

$$m_o\ v = m_o\ v_1 + m\ v_o \qquad (3)$$

$$m_o\ vr = m_o\ v_1\ r + I\ \varphi'_o \qquad (4)$$

sendo:

r — excentricidade do choque
I — momento de inércia do sistema em relação ao eixo de rotação
φ'_o — velocidade incial de rotação da fundação

Segundo a hipótese de Newton, a velocidade relativa depois do choque é proporcional à velocidade relativa antes do choque, dependendo a relação entre ambas apenas do material dos corpos que chocam. Ora, antes do choque, a velocidade relativa do pilão é v; depois do choque, a velocidade relativa do pilão em relação à fundação é $v_o + r\ \varphi'_o - v_1$. De acordo com a hipótese de Newton será

$$e = \frac{v_o + r\ \varphi'_o - v_1}{v} \qquad (5)$$

e — *coeficiente de restituição*

Obtém-se então a partir das equações anteriores:

$$v_o = (1 + e)\ \frac{\rho}{(1 + \mu)\ (r^2 + \rho^2) - r^2}\ v \qquad (6)$$

$$\varphi'_o = \frac{\mu\ r\ (1 + e)}{(1 + \mu)\ (r^2 + \rho^2) - r^2}\ v \qquad (7)$$

$$\rho^2 = \frac{I}{m_o} \qquad \mu = \frac{m}{m_o}$$

Se a excentridade for nula, será

$$v_o = \frac{1 + e}{1 + \mu}\ v \qquad \varphi'_o = 0 \qquad (8)$$

Se não se desprezar a elasticidade do estrado, considera-se que as velocidades v_0 e φ'_0 se referem só ao conjunto acima do estrado. Nesse caso m e I referem-se apenas a esse conjunto.

O coeficiente de restituição e caracteriza a natureza do choque. Assim será:

— choque perfeitamente elástico $e = 1$
— choque perfeitamente plástico $e = o$
— choque real . . . . . $o < e < 1$

O valor de e depende da consistência da peça trabalhada, variando durante o trabalho. Assim, é lícito considerar os valores:

— martelos que forjam peças de aço $e = 0{,}5$
— martelos que trabalham metais a frio . . . . . $e = 0{,}25$
— martelos que forjam metais não ferrosos . . . . . $e = 0{,}10$

2.2 — Vibração do conjunto martelo — fundação, por efeito do choque axial

É lícito considerar o conjunto constituído pela máquina, fundação e terreno como um oscilador constituído por 2 massas, elàsticamente ligadas.

Pretende-se determinar a amplitude de vibração da fundação e as tensões que se desenvolvem no estrado de madeira.

Se a massa da máquina for muito inferior à da fundação, pode assemelhar-se o sistema a um oscilador de um grau de liberdade, considerando o estrado muito rígido. Nos casos correntes, a amplitude de oscilação do estrado é considerável, excedendo a da fundação, pelo que tal aproximação não é válida.

Considera-se o tempo de choque muito pequeno em relação aos períodos próprios do sistema. Assim, durante o choque, a fundação (com a bigorna e o quadro) e o pilão consideram-se corpos livres, que adquirem uma determinada velocidade inicial.

2.2.1 — Sistema de 1 grau de liberdade

Desprezando a elasticidade do estrado, a equação que rege o movimento do conjunto é

$$\ddot{Z} + f_z^2 Z = O \qquad (9)$$

$$f_z^2 . = \frac{C_u A}{m}$$

sendo:

Z — elongação vertical
fz — frequência própria de vibração [1]
A — área da fundação
Cu — coeficiente de compressão elástica uniforme do solo
m — massa do sistema

A solução (9) é, como se sabe

$$Z = A \text{ sen } f_z t + B \cos f_z t \qquad (10)$$

sendo A e B constantes determinadas pelas iniciais. Neste caso é:

$$t = O \begin{cases} Z = O \\ Z'_o = v_o \end{cases}$$

e vem:

$$A = \frac{v_o}{f_z} ; \; B = O ; \; Z = \frac{v_o}{f_z} \text{ sen } f_z t \qquad (11)$$

A amplitude máxima da fundação, Az, ocorre ao fim de um tempo t_1

$$t_1 = \frac{\pi}{2f_z} \quad ; \quad A_z = \frac{v_o}{f_z}$$

De facto, o amortecimento, que não é considerado nesta análise aproximada, altera estes valores.

2.2.2 — Sistema de 2 graus de liberdade

Nos casos correntes a elasticidade do estrado tem grande influência sobre o movimento da fundação. Assemelhando o sistema a um oscilador de 2 graus de liberdade, será:

$$m_1 \ddot{Z}_1 + C_1 Z_1 - C_2 (Z_2 - Z_1) = O$$

$$m_2 \ddot{Z}_2 + C_2 (Z_2 - Z_1) = O \qquad (12)$$

sendo:

m_1 — massa da fundação
m_2 — massa da bigorna e do quadro, se este estiver directamente assente sobre a bigorna.
$C_1 = C_u A$ — coeficiente de rigidez do solo
$C_2 = (E/b) A_b$ — coeficiente de rigidez do estrado
Ab — área da base do estrado
b — espessura do estrado
E — módulo de Young do material do estrado
Z_1 — elongação da fundação
Z_2 — elongação da bigorna

Sejam f_1 e f_2 as frequências próprias do sistema. Designando por

$$f_a^2 = \frac{C_2}{m_2}$$

a frequência própria da bigorna, considerando a fundação imóvel, a solução geral do sistema (12) será:

$$Z_1 = C_1 (f_a^2 - f_1^2) \text{ sen } (f_1 t + \alpha_1) + \\ + C_2 (f_a^2 - f_1^2) \text{ sen } (f_2 t + \alpha_2) \tag{13}$$

$$Z_2 = C_1 f_a^2 \text{ sen } (f_1 t + \alpha_1) + C_2 f_a^2 \text{ sen } (f_2 t + \alpha_2)$$

Considerando:

$$C^{(1)} = C_1 \cos \alpha_1 ; \; C^{(2)} = C_1 \text{ sen } \alpha_1$$
$$C^{(3)} = C_2 \cos \alpha_2 ; \; C^{(4)} = C_2 \text{ sen } \alpha_2$$

vem:

$$Z_1 = C^{(1)} (f_a^2 - f_1^2) \text{ sen } f_1 t + C^{(2)} (f_a^2 - f_1^2) \cos f_1 t + C^{(3)} (f_a^2 - f_2^2) \text{ sen } f_2 t - C^{(4)} (f_a^2 - f_2^2) \cos f_2 t$$

$$Z_2 = C^{(1)} f_a^2 \text{ sen } f_1 t + C^{(2)} f_a^2 \cos f_1 t + \\ + C^{(3)} f_a^2 \text{ sen } f_2 t + C^{(4)} f_a^2 \cos f_2 t$$

sendo as frequências próprias f_1 e f_2 as raízes da equação:

$$f^4 - (f_e^2 + f_a^2)(1 + \mu) f^2 + (1 + \mu) f_e^2 f_a^2 = O \tag{15}$$

em que:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} ; \; f_e^2 = \frac{C_1}{m_1 + m_2}$$

No caso em estudo, as condições iniciais são:

$$\text{Para } t = o \begin{cases} Z_1 = Z_2 = O \\ Z'_1 = o ; \; Z'_2 = v_o \end{cases}$$

sendo v_o a velocidade inicial da bigorna, dada por

$$v_o = \frac{1 + e}{1 + \mu_o} v \quad ; \quad \mu_o = \frac{m_2}{m_o}$$

em que e, v, m_o referem grandezas indicadas em 2.1.1. e 2.1.2.

Será então:

$$Z_1 = \frac{(f_a^2 - f_2^2)(f_a^2 - f_1^2)}{f_a^2 (f_1^2 - f_2^2)} v_o \left(\frac{\text{sen } f_1 t}{f_1} - \frac{\text{sen } f_2 t}{f_2} \right) \tag{16}$$

$$Z_2 = \frac{v_o}{f_1^2 - f_2^2} \left(\frac{f_a^2 - f_2^2}{f_1} \text{ sen } f_1 t - \frac{f_a^2 - f_1^2}{f_2} \text{ sen } f_2 t \right)$$

e a tensão dinâmica sobre o estrado, σ, é dada por

$$\sigma = \frac{C_2}{A_b} (Z_2 - Z_1)$$

2.3 — Resultados experimentais

2.3.1 — Generalidades

Barkan [3] registou as amplitudes de vibração de uma série de martelos, colocados sobre diversos tipos de solos, na U. R. S. S., tendo concluído o seguinte:

— O amortecimento devido ao solo exerce uma influência notável sobre a amplitude das vibrações, atenuando-a ràpidamente. É no entanto muito difícil considerá-lo no estudo analítico, visto depender, não só das características do solo de fundação, mas também do tipo e forma da fundação e do material de enchimento.

— Exercem também influência na amplitude das vibrações os seguintes factores, não considerados nos cálculos:

a) grau de acabamento do estrado de madeira;
b) contacto entre o estrado, a bigorna e a fundação;
c) enchimento das excavações não preenchidas pela fundação.

— Se os elementos necessários ao cálculo forem correctamente escolhidos, são de esperar afastamentos médios até 30 % entre os resultados analíticos e experimentais.

— Verifica-se que o limite admissível da amplitude das oscilações da fundação é de 1,0 a 1,3 mm. Amplitudes maiores podem conduzir a assentamentos consideráveis.

— A amplitude de oscilação da bigorna é muito superior à da fundação, atingindo correntemente valores de 4 e 5 mm. Em regra, a amplitude da bigorna é expressa, em mm, pelo número de toneladas do pilão.

— Verificou Barkan (U.R S.S.) que em grande número de casos existia um sobredimensionamento na espessura do estrado, com valores até 1,5m, inconveniente para a estabilidade do conjunto, conduzindo a grandes oscilações na bigorna.

2.3.2 — Determinação das constantes elásticas do sistema.

Os registos das vibrações colhidos por Barkan afastam-se consideràvelmente dos previstos pelo

cálculo. Assim, em vez da sobreposição das 2 sinusoides correspondentes às 2 frequências próprias do sistema, distingue-se normalmente uma só sinusoide, ràpidamente amortecida, correspondente à frequência própria mais baixa. É então possível considerar nula, nas eq. (16) a amplitude correspondente à frequência f_1 ($f_1 > f_2$). Obtém-se então:

$$Z_1 = -\frac{(f_a^2 - f_2^2)(f_a^2 - f_1^2)}{f_a^2 (f_1 - f_2) f_2} v_a \text{ sen } f_2 t$$

$$Z_2 = -\frac{f_a^2 - f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2) f_2} v_a \text{ sen } f_2 t$$

$$\beta = \left| \frac{Z_2}{Z_1} \right| = \frac{1}{1 - \gamma^2} \; ; \; \gamma^2 = \frac{f_2^2}{f_a^2} \qquad (19)$$

Determinando o valor de β e f_2 a partir da análise dos registos, calcula-se o valor de f_a a partir de (19). Sendo

$$f_a^2 = \frac{EA}{bm_2}$$

determina-se em seguida o valor do módulo de elasticidade do estrado, *E*.

A partir destes valores, vem:

$$f_1^2 = \frac{1 + \mu - \gamma^2}{(1 - \gamma^2)\gamma^2} f_2^2$$

$$f_1^2 = \frac{1 + \mu - \gamma^2}{(1 + \mu)(1 - \gamma^2)} f_2^2$$

sendo:

$$f_1^2 = \frac{Cu\ A}{m_1 + m_2}$$

determina-se assim o valor real do coeficiente de compressão elástica uniforme do solo, *Cu*.

O cálculo das constantes elásticas, efectuado a partir da análise dos registos, levou Barkan às seguintes conclusões:

— O valor médio de *E* obtido foi $4{,}7 \times 10^4$ ton m^{-2} ou seja, cerca de metade do valor habitual em madeira de carvalho, para compressão normal às fibras. Recomenda-se adoptar o valor:

$$E = 5 \times 10^4 \text{ ton m}^{-2}$$

— Em martelos de pequena potência, a tensão no estrado não excede 10 kg cm^{-2} pelo que se pode empregar madeira de pinho, em vez de carvalho.

— Verificou-se que o valor do coeficiente de compressão elástica uniforme do solo de fundação dos martelos era correntemente

$$Cu = 4 \text{ kg cm}^{-3}$$

No entanto, calculado este coeficiente através do registo das vibrações, obtêm-se valores muito mais elevados, da ordem de

$$Cu = 25 \text{ kg cm}^{-3}$$

Esta disparidade atesta uma certa fragilidade de toda a teoria apresentada. Deve-se às propriedades de inércia do solo e principamente à natureza do enchimento da fundação. Em fundações sem enchimento, o valor de *Cu* é de cerca de metade do que corresponde a fundações com enchimento.

No cálculo de fundações de martelos deverá tomar-se pois para valor médio do coeficiente de compressão elástica uniforme um valor *C'u*

$$C'u = K \cdot Cu = 3\ Cu$$

2.3.3 — Comparação entre as diferentes fórmulas de cálculo

Verifica-se que a amplitude das vibrações da bigorna pode ser calculada com aproximação razoável pela fórmula:

$$A_1 = \frac{(1 + e)\ W_o \cdot v}{W_2\ fa} \qquad (21)$$

em que W_o e W_2 designam respectivamente o peso do pilão e da máquina e que foi obtida desprezando a elasticidade do solo. Para amplitude das vibrações da fundação, não é lícito uma aproximação semelhante, pois conduz a grande erro. Deve empregar-se a equação (18).

3 — DETERMINAÇÃO APROXIMADA DO PESO E DA ÁREA DA FUNDAÇÃO

O critério fundamental de dimensionamento da fundação é o do limite da amplitude de vibração desta. Deve igualmente limitar-se a tensão estática sobre o terreno. Estas 2 condições exprimem-se por:

$$\begin{aligned} Az &< Ao \\ pst &\leqslant \alpha\ p_o \end{aligned} \qquad (22)$$

sendo:

Az — amplitude de vibração da fundação

Ao — limite admissível (1,0 a 1,3 mm)
pst — tensão estática sobre o terreno
po — tensão admissível em regime estático
α — coeficiente de redução

Tomando para valor de Ao lmm, para o caso mais simples em que se assemelha o conjunto a um oscilador de 1 grau de liberdade, será:

$$\frac{(1 + e)\, W_o\, v}{\sqrt{K\, C_u\, W A\, g}} < 10^{-3} \qquad (23)$$

com as grandezas, já referidas, expressas em ton, m, seg.

Então, para que a amplitude das oscilações da fundação não exceda 10^{-3} m e a pressão estática sobre o terreno não exceda o valor $\sigma\, p_o$, deverão verificar-se as condições (24)

$$A > \frac{(1 + e)\, W_o\, v}{\sqrt{K\, C_u\, \alpha\, p_o\, g}} \cdot 10^3\ (m^2) \qquad (24)$$

$$W_f = \frac{(1 + e)\, W_o\, v \sqrt{\alpha\, p_o}}{\sqrt{k\, C_u\, g}}\, 10^3 - W_2\ (\text{ton})$$

sendo:

A — área da base da fundação
W_f — peso da fundação e do enchimento
W_2 — peso da bigorna (e do quadro, se estiver assente sobre a mesma fundação).

O peso reduzido n_f, que corresponde ao valor unitário do peso do pilão, Wo, será:

$$n_f = \frac{W_f}{W_o} = \frac{(1 + e)\sqrt{\alpha\, p_o}}{\sqrt{k\, C_u\, g}}\, v \cdot 10^3 - n_2 \qquad (25)$$

$$n_2 = \frac{W_2}{W_o}$$

Verifica-se aproximadamente a relação:

$$\frac{p_o}{C_u} = 0{,}05$$

Adoptam-se correntemente os valores de:

$$K = 3$$
$$\alpha = 0{,}4$$

Substituindo estes valores em (25) obtêm-se a relação simples:

$$n_f = 8{,}0\,(1 + e)\, v - n_2 \qquad (26)$$

Podem tomar-se os valores:

Martelos de duplo efeito: nf = 30
Martelos de efeito simples: nf = 20

Apresenta-se no quadro 2 a comparação entre valores de *nf* determinados pelo cálculo exposto e valores reais numa série de martelos [3].

Note-se que o valor real médio de *nf* é 46. Todos os casos se referem a fundações tipo laje (fig. 1 b). No peso da fundação inclui-se o do material de enchimento. É esta a razão de em fundações do bloco maciço ser necessário uma fundação muito mais pesada, com valores de *nf* de 70 a 120.

QUADRO 2

Comparação de valores reais e de cálculo de n_f e a_f

Peso dos elementos móveis W_o, ton	Peso da fundação W_f, ton	Área da função A, m²	Valor real de $n_f = W_f/W_o$	Valor real de $A_f = \frac{A}{W_o}$	Valor de cálculo de $n_f = W_f/W_o$	Valor de cálculo de $a_f = A/W_o$	$\frac{W_b}{W_o}$
1,2	49,7	14,7	41,1	12,2	48,0	12,2	32,6
2,0	92,0	20,0	43,8	9,6	48,0	9,5	31,3
7,5	502	65,6	67,0	8,8	48,0	8,8	30,8
4,1	217	38,2	53,0	9,4	48,0	9,3	32,4
2,0	73,5	16,5	36,8	8,2	48,0	8,2	36,8
0,75	28,4	9,9	38,0	13,0	48,0	13,2	31,0
4,10	168	40	41,1	10,0	48,0	9,8	34,0

W_b — peso da fundação, excluindo o material de enchimento.

A condição (24) relativa à área de fundação A pode também simplificar-se.

Considerando:

$$\frac{p_o}{C_u} = 0{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

$$K = 3{,}0$$

$$\alpha = 0{,}4$$

obtém-se

$$af = \frac{A}{W_o} = \frac{(1+e)\ v \times 10^3}{p_o \sqrt{\alpha\, g\, k\ .\ 2 \times 10^2}} \simeq \frac{20\,(1+e)v}{p_o}$$

para $k = 3$ e $\alpha = 0{,}4$ (27)

Esta equação estabelece a dependência entre a área da fundação, as características do solo e as do martelo. Os valores de *af* do quadro 1 referem-se a solos em que $p_o = 2{,}5\ \text{kg/cm}^{-2}$

Em fundações de bloco maciço o valor médio de *af é de 7 a 8,* um pouco menor portanto que em fundações de laje.

4. APLICAÇÃO NUMÉRICA: CÁLCULO DA FUNDAÇÃO DE UM MARTELO DE EFEITO DUPLO

a) *Dados:*

peso dos elementos móveis: $W_o = 3{,}5$ ton
altura de queda: $h = 1{,}0$ m
secção recta do êmbolo: 0,15 m²
pressão do vapor: $p = 8$ atm
peso da bigorna e do quadro: $W_2 = 90$ ton
área da bigorna (na base): $A_b = 4{,}75$ m²
espessura do estrado: $b = 0{,}60$ m

O terreno de fundação é constituído por argilas castanhas com alguma areia e silte, com uma pressão admissível, estática

$$p_o = 2\ \text{kg/cm}^2$$

b) *Velocidade de queda dos elementos móveis*

Será, de acordo com a eq. (2)

$$v = 0{,}65 \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 1{,}0\ (3{,}5 + 80 \times 0{,}15)}{3{,}5}} =$$
$$= 6{,}1\ \text{m/seg}$$

c) *Dimensionamento preliminar da fundação*

Considerando um coeficiente de restituição $e = 0{,}5$, e sendo

$$n_2 = \frac{90}{3{,}5} = 25{,}7$$

obtém-se, de acordo com a eq. (26)

$$n_f = 8{,}0\ (1 + 0{,}5)\ 6{,}1 - 25{,}7 = 47{,}3$$

O peso da fundação incluindo o enchimento será então:

$$W_f = 3{,}5 \times 47{,}3 = 166\ \text{ton}$$

A área da fundação será, pela eq. (27)

$$a_f = \frac{20\ (1 + 0{,}50)\ 6{,}1}{20} = 9{,}2$$

$$A = 9{,}2 \times 3{,}5 = 32{,}2\ \text{m}^2$$

d) *Forma da fundação*

Escolhe-se uma fundação tipo laje, conforme se indica na fig. 3. O volume de betão é:

$$V_b = 6{,}5 \times 5,\ 5 \times 1,\ 5 + 2 \times 3,\ 2 \times 3,\ 2 \times 0,\ 40 \times 1,\ 0 + 2 \times 3,\ 8 \times 0,\ 40 \times 1 = 58{,}0\ \text{m}^3$$

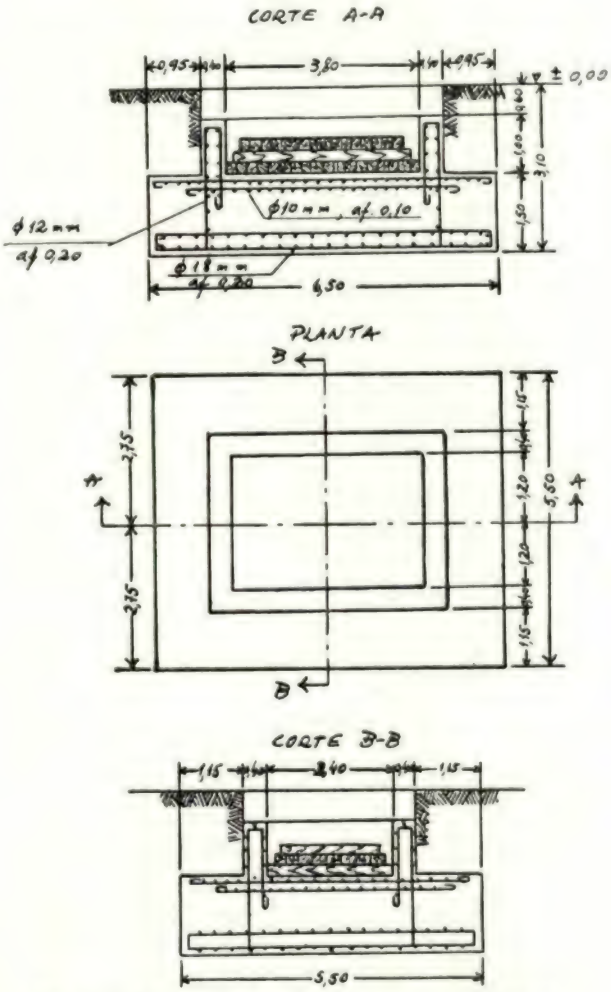


Fig. 3 — Fundação relativa à aplicação numérica 4

O volume do enchimento é

$$V_e = 2 \times 0,95 \times 5,5 + 4,60 \times 1,15 = 20,9 \text{ m}^3$$

O peso total da fundação e enchimento será então:

$$W_f = 58,0 \times 2,2 + 20,9 \times 161,4 \text{ ton}$$

A área da fundação é:

$$A = 6,50 \times 5,5 = 35,7 \text{ m}^2$$

e) *Amplitude das vibrações da fundação*

Sendo o módulo de elasticidade do estrado

$$E = 50 \times 10^3 \text{ ton/m}^2$$

e a espessura do estrado

$$b = 0,60 \text{ m}$$

o seu coeficiente de rigidez será:

$$C_2 = \frac{50 \times 10^3 \times 4,75}{0,60} = 39,5 \times 10^4 \text{ ton/m}$$

a massa do martelo é

$$m_2 = \frac{90}{9,81} = 9,18 \text{ ton seg}^2/\text{m}$$

A frequência própria da máquina sobre o estrado será

$$f_a^2 = \frac{39,5 \times 10^4}{9,18} = 43 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

Seja o coeficiente de compressão elástica uniforme do solo

$$Cu = 4 \times 10^3 \text{ ton/m}^3$$

e o valor do coeficiente de correcção K = 3. Será

$$C'u = 12 \times 10^3 \text{ ton/m}^3$$

O coeficiente de rigidez do solo será

$$C_1 = 12 \times 10^3 \times 35,7 = 43,8 \times 10^4 \text{ ton/m}$$

A massa da fundação e do enchimento será

$$m_1 = \frac{161,4}{9,81} = 16,5 \text{ ton seg}^2/\text{m}$$

A frequência própria do conjunto, desprezando a elasticidade do estrado é

$$f_l^2 = \frac{43,8 \times 10^4}{16,5 + 9,18} = 16,7 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

A relação entre a massa da máquina e a da fundação incluindo enchimento é

$$\mu_1 = \frac{9,18}{16,5} = 0,557$$

A equação das frequências próprias do sistema será então

$$f^4 - (1 + 0,557)(43,0 \times 10^3 + 16,7 \times 10^3) f^2 + (1 + 0,557) \times 43,10^3 \times 16,7 \times 10^3 = 0$$

Obtém-se:

$$f_1^2 = 78,5 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$
$$f_2^2 = 1,41 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

A velocidade inicial da bigorna e do quadro será

$$v_a = \frac{(1 + 0,5)\, 3,5 \times 6,1}{3,5 + 90,0} = 0,342 \text{ m/seg}$$

A amplitude de oscilação da fundação será, de acordo com as equações (18)

$$A_z = -\frac{(43,0 \times 10^3 - 14,1 \times 10^3)(43,0 \times 10^3 - 78,5 \times 10^3)}{43,0 \times 10^3\,(78,5 \times 10^3 - 14,1 \times 10^3)\ 199} \cdot 0,342 = 1,07 \text{ mm}$$

A amplitude de oscilação da bigorna e do quadro é

$$A_1 = \frac{(43,0 \times 10^3 - 78 \times 10^3)\sqrt{342}}{(78,5 \times 10^3 - 14,1 \times 10^3)\ 199} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ m} - = 1,6 \text{ mm}$$

A amplitude das oscilações não excede o limite admissível.

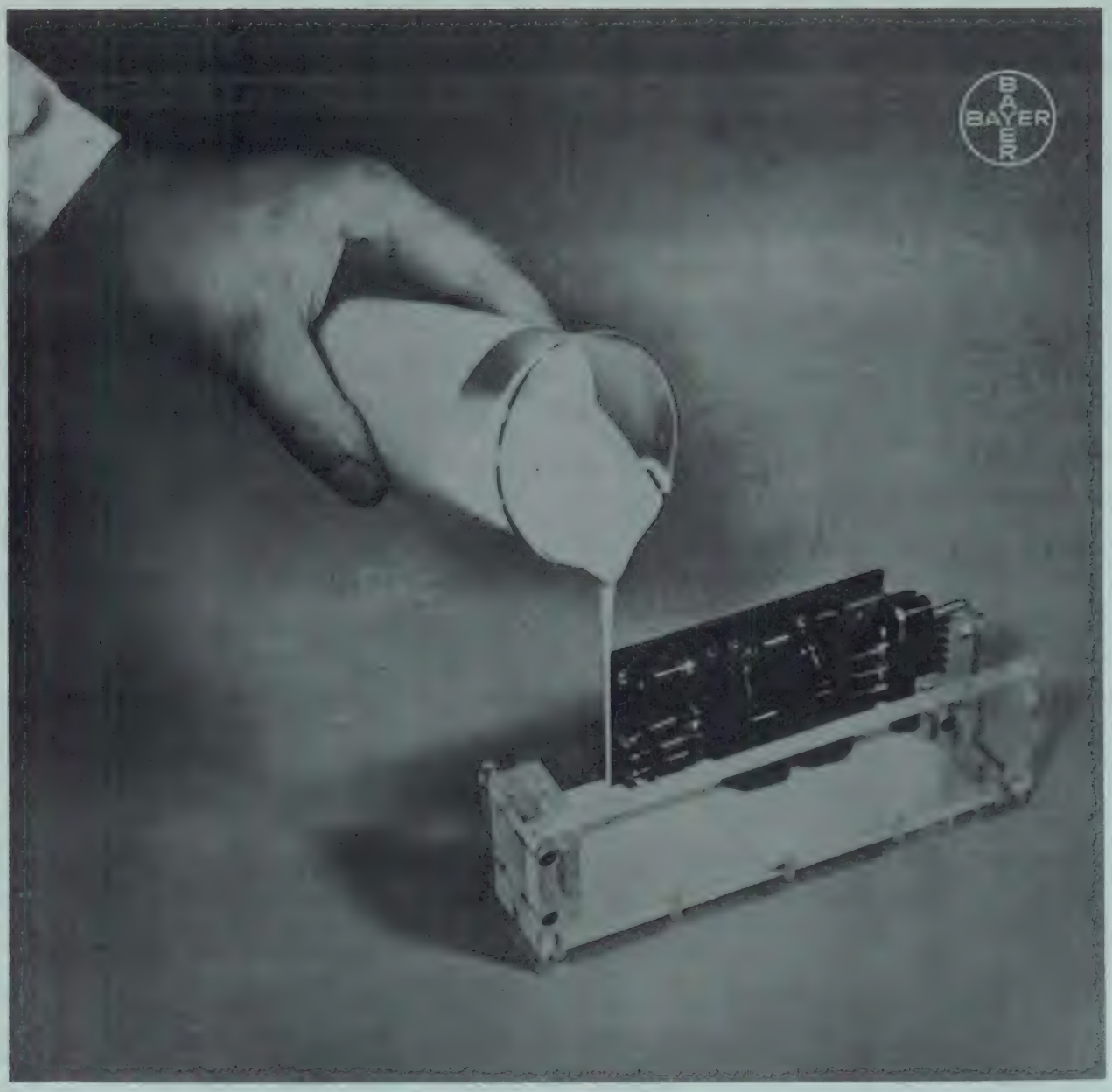
A tensão dinâmica no estrado será:

$$\sigma = \frac{C_2 (A_1 - A_z)}{A_b} = 222 \text{ ton/m}^2$$

inferior à tensão admissível de 300 a 350 ton/m² (v. 1.4.)

f) *Armaduras do bloco da fundação*

A fundação é armada conforme se indica na fig. 3, de acordo com os preceitos indicados em



3438

Mestre electricista enchendo espaços ocos.

Procura uma protecçao eficaz para peças electrónicas sensíveis?

A Pasta de ®Silopren da Bayer — uma borracha de silicone reticulável a frio — serve excelentemente como massa de vazar, isolante, para aparelhos electrónicos sensíveis e respectivas peças, assim como para a fabricação de materiais electroisolantes.

As vantagens? É muito fácil trabalhar com as Pastas de Silopren. É de especial vantagem não ser necessária qualquer operação de fusão, nem resultar, durante a reticulação, calor de reacção. As pastas reticuladas não são termoplásticas, mas corpos elásticos como a borracha; resistentes ao calor. As peças encerradas no Silopren não estão sujeitas a danificações devidas à minga. Além da sua resistência ao calor e ao frio as Pastas de Silopren oferecem ainda excelentes possibilidades para proteger aparelhos sensíveis contra o choque e a pancada, a humidade e o ozono, assim como contra outras influências atmosféricas.

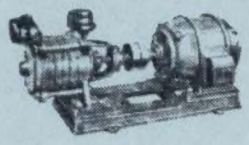
Além disso há massas de vazar de Silopren, cristalinas, reticuláveis a frio, que permitem a observação dos aparelhos a qualquer altura.

Desejaria também proteger da mesma maneira peças electrotécnicas? Então escreva aos nossos representantes.

®silopren

S.A.R.L. Quimicor,
Representante em Portugal
Lisboa: Rua Sociedade Farmacêutica, 3,
Tel. 4 21 94
Porto: Rua de Santos Pousada, 441,
Tel. 5 41 41

BOMBAS



Se tem um problema de bombas, consulte

VASCO PESSOA, LDA.

Rua da Boavista, 63

LISBOA

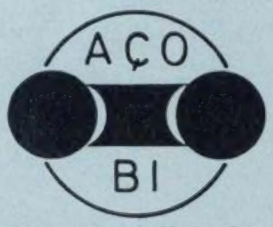
Companhia Portuguesa de Trefilaria

S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS **MALHASOL**

Tensão de segurança 3.000 Kg/cm²

AÇO BI



Tensão de segurança 4.000 Kg/cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO

R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º Dt.º

TELEFONES 67 12 24/5 E 67 37 85 — LISBOA

Prédios, empenas, caves. Depósitos para águas, vinhos e aguardentes

Facultam-se certificados de ensaio dos Laboratórios Nacional de Engenharia Civil e da Junta Nacional do Vinho.

«IMPERMEÁBILIS»

O Impermeabilizante oficialmente aconselhado em todas as argamassas de cimento

REVENDEDORES EM LISBOA:

João Pereira Vareiro & Filhos, Lda.
Rua Augusto José Vieira, 12 — Telef. 84 74 80

Manuel Pereira Matias, Lda.
Rua de Pedrouços, 105-A — Telef. 61 11 53

Manufacturas de Cimento Fortex, Lda.
Estrada de Benfica, 727 — Telef. 70 21 75

Sequeira & Santos, Lda.
R. José Joaquim Marques, 113—Tel. 230105—MONTIJO

Distribuidor geral para todo o Império Português:

ANSELMO DE MATOS

Av. Almirante Reis, 179, r/c — Telef. 4 64 39
LISBOA 1

FUNDAMENTOS DAS RADIOCOMUNICAÇÕES

POR

MANUEL JOSÉ ABREU FARO

PROF. DO I. S. T.

PREÇO = 30$00 DESCONTO 10% AOS ASSINANTES

EDIÇÃO DA TECNICA

1.4. Emprega-se betão de resistência à compressão aos 28 dias

$$R_{28} = 150 \text{ Kg/cm}^2$$

6 — CÁLCULO DE FUNDAÇÕES COM AMORTECEDORES MECÂNICOS DE MOLAS

Por vezes, torna-se necessário reduzir consideràvelmente a amplitude de oscilação das fundações. Sendo esta inversamente proporcional ao quadrado da massa da fundação, não é prático efectuar aquela redução por acréscimo de massa, ou por acréscimo da área ou da rigidez da fundação. O que se faz então é intercalar um conjunto de molas que altera o coeficiente de rigidez C_2 dos elementos elásticos colocados entre a bigorna e a fundação.

Considerando em primeira aproximação a parte do sistema colocado acima das molas (a bigorna e o quadro) como um oscilador de um grau de liberdade, a amplitude das oscilações será, de acordo com a fórmula aproximada (21):

$$A_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{C_2 W_2}} \qquad (28)$$

Obtém-se a equação (28) a partir de (21) visto ser:

$$f_n = \sqrt{\frac{C_2 g}{W_2}}$$

sendo:

C 2 — rigidez do estrado

W2 — peso da máquina

$\alpha = \frac{(1+e)\, Wo\, v}{\sqrt{g}}$ = coeficiente dependente só das características da máquina

Sendo Z_2 o assentamento estático da fundação acima das molas, é

$$Z_2 = \frac{W_2}{C_2} \qquad (29)$$

Das eq (28) e (29) deduz-se que os valores aproximados do peso da fundação acima das molas e o coeficiente de rigidez total destas serão respectivamente:

$$W_2 = \frac{\alpha}{A_z} \sqrt{Z_2} \qquad (30)$$

$$C_2 = \frac{W_2}{Z_2} \qquad (31)$$

A massa e área da fundação abaixo das molas são escolhidas conforme se indicou em 3. A partir dos diversos parâmetros do conjunto calculam-se as amplitudes de vibração tendo em conta que o sistema tem não 1, mas 2 graus de liberdade.

A instalação das molas não deve diminuir a eficiência do martelo, dada por:

$$\eta = 1 - \frac{W_1 + T}{W}$$

sendo W o trabalho de queda dos elementos móveis, dado por

$$W = \frac{W_o v^2}{2g}$$

e W_1 a energia perdida pelo ressalto dos elementos móveis:

$$W_1 = \frac{W_o v_1^2}{2g}$$

em que:

$$v_1 = e\, v$$

T é o valor máximo da energia cinética das oscilações da bigorna sobre o estrado ou da fundação sobre as molas:

$$T = \frac{A_z^2 C_2}{2}$$

Os valores de W e W_1 só dependem das características da máquina. Portanto, para que a instalação de molas não diminua a eficiência do martelo, deverá ser:

$$A_{zo}^2\, C_{2o} > A_z^2\, C_2$$

os índices o referem-se à não existência de molas.

Como a amplitude das oscilações da fundação acima das molas é sensìvelmente a mesma, com ou sem molas, esta condição pode escrever-se sob a forma:

$$C_2 < C_{2o}$$

6.1 — Aplicação numérica: cálculo da fundação de um martelo com molas

a) *Dados:*

Peso dos elementos móveis: 2,0 ton
Peso da bigorna e do quadro: 33,7 ton
Coeficiente de restituição: e = 0,5
Velocidade da queda do pilão: v = 6,0 m/seg

Valores admissíveis da amplitude de oscilação:

Bigorna: $A_1 = 3{,}0$ mm
Fundações: $A_2 = 0{,}2$ mm

O solo é de consistência média, com um coeficiente de compressão elástica uniforme $C_u = 3{,}3$ kg/cm³

b) *Cálculos*

Coeficiente de compressão corrigido: $C'_u = 3\ C_u = 10$ kg/cm³

Suponhamos que o assentamento estático das molas é 0,01 m.

O coeficiente α é dado por

$$\alpha = \frac{(1 + e)\ W_o\ v}{\sqrt{g}} = \frac{(1 + 0{,}5)\ 2 \times 6{,}0}{\sqrt{9{,}81}}$$

Pela equação (30) determinamos o peso da fundação acima das molas:

$$W_2 = \frac{5{,}75}{3 \times 10^{-3}} \sqrt{10^{-2}} = 191 \text{ ton}$$

O peso do bloco superior de fundação será pois:

$$191 - 33{,}7 = 157{,}3 \text{ ton}$$

O coeficiente de rigidez total das molas será, pela equação (31)

$$C_2 = \frac{191}{10^{-2}} = 19.100 \text{ ton/m}$$

O bloco superior da fundação tem as dimensões indicadas na fig. 4.

Não existe estrado de madeira; a bigorna assenta sobre um estrado de aço de construção. A fundação sob as molas tem a forma de caixa, com paredes de espessura 0,30 m. Os pilares que suportam as molas têm uma secção quadrada de 0,45 m de aresta. A altura da laje inferior é 1,00 m. A área inferior da fundação é

$$A = 7{,}76 \times 6{,}80 = 52{,}7 \text{ m}^2$$

O peso do bloco inferior da fundação é 180 ton.

A massa acima das molas é

$$m_2 = \frac{191}{9{,}81} = 19{,}5 \text{ ton seg}^2/\text{m}$$

O coeficiente de rigidez da base da fundação é

$$C_1 = C_u A = 10 \times 10^3 \times 52{,}7 = 52{,}7 \times 10^4 \text{ ton/m}$$

A massa do bloco inferior de fundação é

$$m_1 = \frac{189}{9{,}81} = 18{,}4 \text{ ton seg}^2/\text{m}$$

A frequência própria da vibração dos elementos acima das molas é

$$f_a^2 = \frac{C_2}{m_2} = \frac{1{,}9 \times 10^4}{19{,}5} = 0{,}975 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

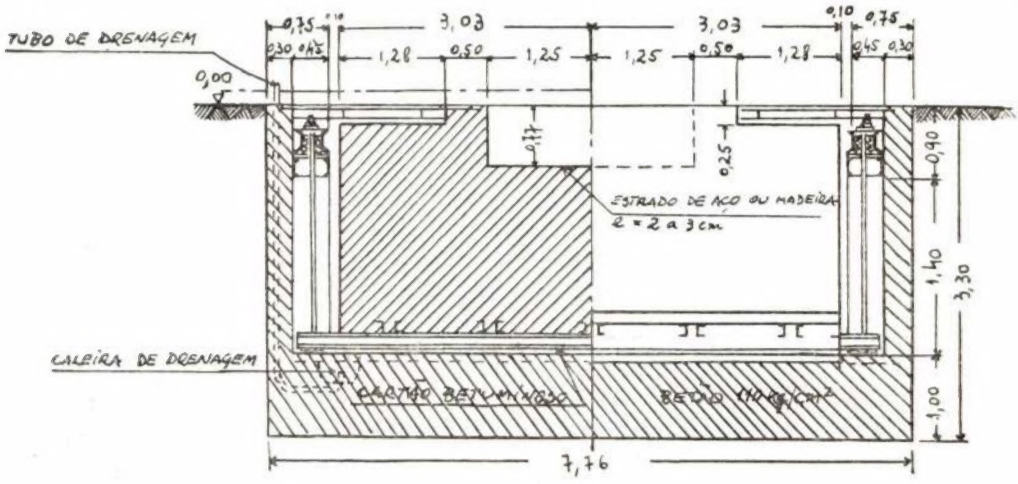


Fig. 4 — Fundação relativa à aplicação numérica 6

A frequência própria do conjunto, deprezando as molas é:

$$f_b^2 = \frac{C_1}{m_1 + m_2} = \frac{52{,}7 \times 10^4}{18{,}4 + 19{,}5} = 13{,}4 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{19{,}5}{18{,}4} = 1{,}06$$

A equação das frequências próprias é então:

$$f^4 - (0{,}975 \times 10^3 + 13{,}4 \times 10^3)\,(1 + 1{,}06)\,f^2 + \\ + (1 + 1{,}06) \times 13{,}4 \times 10^3 \times 0{,}975 \times 10^3 = 0$$

$$f_1^2 = 29{,}7 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$
$$f_2^2 = 0{,}946 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

A velocidade inicial do bloco superior da fundação é:

$$v_a = \frac{(1 + e)\,W_o\,v}{W_o + W_2} = \frac{(1 + 0{,}5) \times 2{,}0 \times 6{,}0}{(2{,}0 + 191)} =$$

$$= 0{,}093 \text{ m/seg}$$

A elongação das oscilações do bloco inferior da fundação é, de acordo com a equação (16):

$$Z_1 = \frac{(0{,}975 \times 10^3 - 0{,}946 \times 10^3)\,(0{,}975 \times 10^3 - 29{,}7 \times 10^3)}{0{,}975 \times 10^3\,(29{,}7 \times 10^3 - 0{,}942 \times 10^3)} \times \\ \times 0{,}093 \left(\frac{\text{sen } f_1 t}{172} - \frac{\text{sen } f_2 t}{30{,}8}\right)$$

$$= -0{,}199 \text{ sen } f_1 t + 0{,}109 \text{ sen } f_2 t \text{ (mm)}$$

A elongação das oscilações do bloco superior da fundação é:

$$Z_2 = \frac{0{,}093}{29{,}7 \times 10^3 - 0{,}946 \times 10^3} \\ \left(\frac{0{,}977 \times 10^3 - 0{,}946 \times 10^3}{172} \text{ sen } f_1 t - \right. \\ \left. \frac{0{,}975 \times 10^3 - 29{,}7 \times 10^3}{30{,}8} \text{ sen } f_2 t\right) =$$

$$= 0{,}0007 \text{ sen } f_1 t + 3{,}03 \text{ sen } f_2 t \text{ (mm)}$$

Desprezando a contribuição da frequência mais elevada, as amplitudes de oscilações dos blocos inferior e superior são respectivamente:

$$A_z = 0{,}101 \text{mm}$$
$$A_1 = 3{,}03 \text{mm}$$

estes valores são cerca de metade dos admissíveis, pelo que a fundação tem boas características anti-vibratórias.

Dimensionamento das molas:

Empregam-se molas helicoidais de aço do tipo usado em material de caminhos de ferro. Escolhem-se molas com as seguintes dimensões:

Diâmetro das espiras: $C = 80$ mm
Diâmetro do varão: $d = 30$ mm
Número de espiras: $n_1 = 5{,}5$

Sendo n_2 o n.º de molas a rigidez de cada mola será:

$$C_m = \frac{c_2}{n_2}$$

Por outro lado, é: [1]

$$Cm = 940\,\frac{d^4}{D^3 n_1}\,10^3 \text{ ton/m}$$

Obtém-se então:

$$n = n_1 n_2 = \frac{C_2\,D^3\,n_1}{940\,d^4} \cdot 10^{-3} = 70$$

Sejam 18 amortecedores compostos por 4 molas em paralelo, ou seja, $n = 72$.

A tensão de torsão admissível numa mola é:

$$\tau = 40 \times 10^3 \text{ ton/m}^2$$

A carga admissível em cada mola será então:

$$P_p = \frac{\pi\,d^3\,\tau}{8D} = \frac{3{,}14 \times 3^3 \times 10^{-6} \times 40 \times 10^3}{8{,}8 \times 8 \times 10^{-2}} = 5{,}3 \text{ ton}$$

A rigidez de cada mola é

$$Cm = \frac{1{,}91 \times 10^4}{72} = 264 \text{ ton/m}$$

A deformação admissível numa mola será:

$$Z_o = \frac{P_p}{m} = \frac{5{,}3}{264} = 0{,}020 \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

A deformação real é inferior a esta:

$$Z = Z_2 + A_2 = 10 + 3{,}03 = 13{,}03 \text{ mm}$$